

Ap - Résolution $ax^2 + bx + c = 0$

Définition :

Une **équation du second degré** est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$.

Exemple :

L'équation $3x^2 - 6x - 2 = 0$ est une équation du second degré.

Définition :

On appelle **discriminant** du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Propriété : Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.

- Si $\Delta < 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle.

- Si $\Delta = 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une unique solution : $x_0 = \frac{-b}{2a}$.

- Si $\Delta > 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

a) $2x^2 - x - 6 = 0$

b) $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$

c) $x^2 + 3x + 10 = 0$

Correction

a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - x - 6 = 0$:

$$a = 2, b = -1 \text{ et } c = -6 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 49.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times 2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = 2$$

b) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$:

$$a = 2, b = -3 \text{ et } c = \frac{9}{8} \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times \frac{9}{8} = 0.$$

Comme $\Delta = 0$, l'équation possède une unique solution :

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$

c) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 + 3x + 10 = 0$:

$$a = 1, b = 3 \text{ et } c = 10 \text{ donc } \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 10 = -31.$$

Comme $\Delta < 0$, l'équation ne possède pas de solution réelle.