

Chapitre 2. STATISTIQUES – LOI de GAUSS

1- EXEMPLE

Cécile se rend en métro de la station Gorge de Loup jusqu'à la station Cuire. Elle emprunte successivement les métros suivants :

- Gorge → Bellecour (ligne D)
- Bellecour → Hotel de Ville (ligne A)
- Hotel de Ville → Cuire (Ligne C).

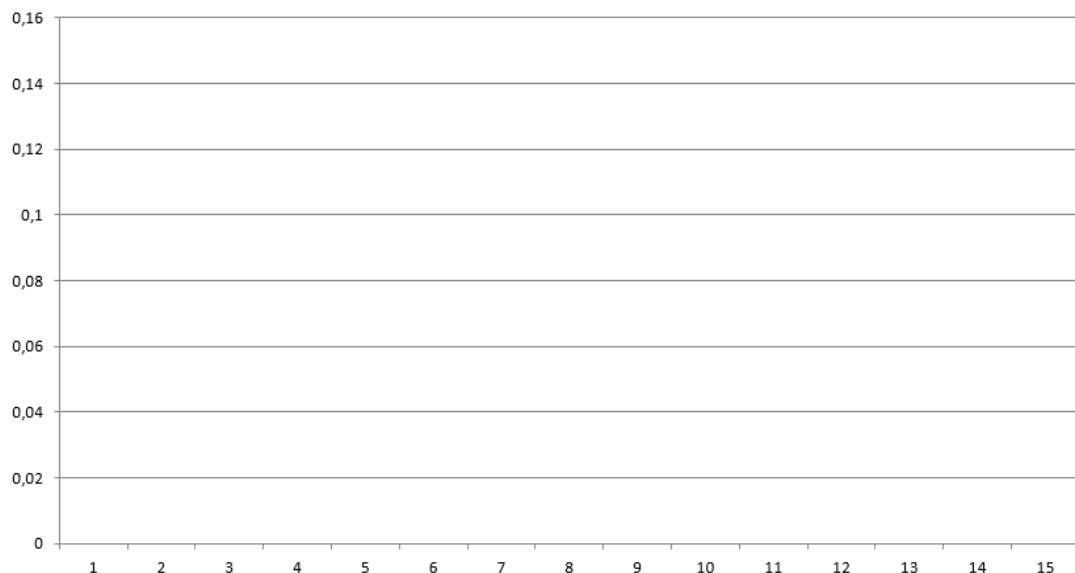
Ces métros arrivent en station toutes les 5 mn. Cécile n'a pas consulté les horaires avant de partir. Si tout se passe bien, elle n'attend jamais en station chacun des 3 métros. Son temps d'attente T total sera nul. Au contraire, elle peut attendre 5 mn à chaque station et son temps d'attente T total sera de 15 mn. Dans tous les cas, son temps d'attente cumulé sera compris entre 0 et 15 mn.



Sur un nombre réduit de trajets, difficile de prédire ce qui va se passer. Sur 4 trajets par exemple, le temps d'attente T sera-t-il en moyenne égal à 7,5 mn ou à 3 mn ?

Trajet 1 :	Trajet 3 :
Trajet 2 :	Trajet 4 :

Par contre, si on répète « cette expérience » de nombreuses fois, l'histogramme qui répertorie les différents temps d'attente aura l'allure suivante :



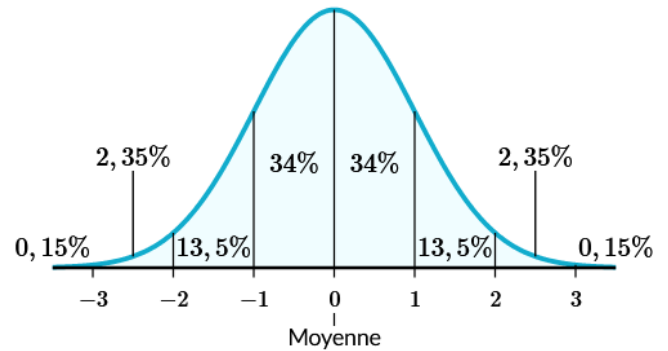
La courbe enveloppe de cet histogramme a une forme de cloche. On appelle également cette forme « courbe de GAUSS ».

Cette forme se retrouve lorsque l'étude statistique est réalisée sur un phénomène qui a des « causes multiples ». Ici le temps d'attente total est le résultat d'une somme de 3 temps aléatoires, compris entre 0 et 5 mn. Il est ainsi dû au cumul de 3 causes. Plus il y a de causes, plus la forme gaussienne se retrouve rapidement.

2- LOI NORMALE OU LOI DE GAUSS

Les premiers statisticiens ont constaté que de nombreuses distributions statistiques observées pouvaient être décrites et modélisées par une loi nommée par conséquent loi normale (cela ne signifie pas pour autant que les autres distributions soient anormales).

Les propriétés d'une distribution de ce type sont :



Propriétés :

- la moyenne et la médiane sont égales ; la courbe est centrée sur la moyenne.
- L'axe des abscisses est une asymptote, σ représente la différence des abscisses entre le sommet de la courbe et le point d'inflexion. Environ 68 % des observations sont comprises dans un intervalle de $\pm$ un fois l'écart-type autour de la moyenne.
- 95 % des observations sont comprises dans un intervalle de $\pm$ 2 fois l'écart-type autour de la moyenne.
- 99,7 % des observations sont comprises dans un intervalle de $\pm$ 3 fois l'écart-type autour de la moyenne.

3- APPLICATION

On réalise une mesure de courant sur un circuit électrique. On répète plusieurs fois l'opération. On calcule la valeur moyenne $\bar{i}$ du courant mesuré et l'écart-type σ :

$$\bar{i} = 7,3 \text{ A} \quad \text{et} \quad \sigma = 0,1 \text{ A}$$

Tracer ci-dessous la courbe de Gauss correspondante.



On suppose que la mesure est réalisée un grand nombre de fois. En utilisant la loi de Gauss, donner le pourcentage de mesures qui donnent :

$7,2 < i < 7,4 :$	$7 < i < 7,6 :$
$i < 7,2 :$	$i > 7,4 :$