Sts-Ciel 2 Suites numériques

EXERCICE 1. : SUITE DEFINIE DE MANIERE EXPLICITE

On considère la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par : $u_n = \frac{2n+1}{n}$.

1- Calculer les valeurs des 5 premiers termes de cette suite.
2- Calculer les valeurs de u_{10} et celle de u_{100} .
3- Représenter graphiquement cette suite pour $1 \leq n \leq 10$.
4- Calculer la valeur du nombre $\lim_{n\to\infty} u_n$.

EXERCICE 2. : SUITE DEFINIE DE MANIERE EXPLICITE

Répondre aux mêmes questions que celles de l'exercice 1, mais avec la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $v_n = \frac{n^2+1}{2n^2+1}$.

EXERCICE 3. : SUITE DEFINIE PAR RECURRENCE

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et par la relation $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$.

1- Calculer les valeurs des 6 premiers termes de cette suite.
2- Calculer la valeur de u_{10} .
3- Représenter graphiquement cette suite pour $1 \leq n \leq 10$.
4- Peut-on déterminer la valeur du nombre $\lim_{n\to\infty} u_n$?

EXERCICE 4.

La grand-mère de Jules ouvre un compte bancaire à sa naissance, le 1er janvier 2024. A l'ouverture, il est crédité de 500 €. A chaque anniversaire de Jules, elle y déposera 500 €. Ce compte rapporte 4% d'intérêts versés le 31 décembre de l'année en cours.

Pour calculer la somme dont pourra disposer Jules à ses 18 ans, on considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 500$ et par la relation $u_{n+1} = 1{,}04\, u_n + 500$. Le terme u_n donnera la somme sur le compte à son $n^{ième}$ anniversaire.

1- Calculer les valeurs des 5 premiers termes de cette suite.
2- Calculer la valeur de u_{18} .
3- Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 18$.
4- Déterminer la valeur du nombre $\lim_{n\to\infty} u_n$?
5- Si la rémunération du compte était nulle, la suite à considérer aurait été celle (v_n) définie par la relation de récurrence $v_{n+1} = v_n + 500$. Calculer les différents termes v_n pour $0 \leq n \leq 18$. Représenter graphiquement cette suite sur le même graphique que celui de la suite (u_n)

EXERCICE 5.

Une casserole d'eau bouillante *(température à 100°C)* est introduite, au temps $n = 0$, dans une pièce dans laquelle la température est maintenue à 20 °C. La température de l'eau baisse.

On s'intéresse à l'évolution de cette température toutes les minutes. On notera u_n la température en °C au temps n, avec $n \in \mathbb{N}$. Par exemple $u_0 = 100$; u_{n+1} est la température au temps $(n + 1\, minute)$.

On sait *(principe physique)* que, au temps n, la baisse de la température de l'eau sur 1 minute $(u_n - u_{n+1})$ est proportionnelle à l'écart de température $(u_n - 20)$ entre l'eau à ce temps n et la pièce à 20°C. Plus cet écart est grand, plus la baisse sera importante. On a $(u_n - u_{n+1}) = 0{,}05 \times (u_n - 20)$

Le coefficient de proportionnalité de 0,05 dépend du volume d'eau et des surfaces d'échange thermique.

1- Utiliser la relation $(u_n - u_{n+1}) = 0{,}05 \times (u_n - 20)$ pour déterminer la relation de récurrence qui exprime u_{n+1} en fonction de u_n
2- Calculer les valeurs des 5 premiers termes de cette suite.
3- Utiliser la calculatrice pour calculer u_{10} , u_{20} , u_{30} , u_{40} , u_{50} , u_{60}
4- Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 60$.
5- Déterminer la valeur du nombre $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$?

EXERCICE 6. : SUITE DE HERON

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = A$ et par la relation $u_{n+1} = 0{,}5\,(u_n + \frac{3}{u_n})$.

1- Calculer les valeurs des 5 premiers termes de cette suite pour $A = 1$
2- Calculer les valeurs des 5 premiers termes de cette suite pour $A = 4$
3- Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 5$ pour les 2 séries de valeur précédentes.
4- Calculer la valeur du nombre $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} u_n$. Dépend-elle de la valeur du nombre A de départ ?
5- Calculer le nombre ℓ^2 . Quel nombre retrouve-t-on ?

EXERCICE 7. : CONJECTURE DE SYRACUSE

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = N$ et par les relations :

$u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$ si u_n est pair

$u_{n+1} = 3u_n + 1$ si u_n est impair

1- Calculer les valeurs des 20 premiers termes de cette suite pour $A = 10$
2- Calculer les valeurs des 20 premiers termes de cette suite pour $A = 15$
3- Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 20$ pour les 2 séries de valeur précédentes.
4- Peut-on calculer le nombre $\ell = \lim\limits_{n\to\infty} u_n$?

EXERCICE 8.

On considère la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 5$.

1- Calculer les valeurs des 5 termes suivants de cette suite. Les représenter sur un graphique.
2- Déterminer la relation explicite qui donne le terme u_n en fonction de n
3- Calculer en fonction de n, la somme $S_n = \sum_{i=0}^{n} u_n$

EXERCICE 9.

On considère la suite géométrique de premier terme $u_0 = 100$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

1- Calculer les valeurs des 5 termes suivants de cette suite. Les représenter sur un graphique.
2- Déterminer la relation explicite qui donne le terme u_n en fonction de n
3- Calculer en fonction de n, la somme $S_n = \sum_{i=0}^{n} u_n$