Chapitre 13 - Suites numériques

Définition :

En mathématiques, une suite est une famille de nombres appelés termes de la suite. Ils sont indexés par des entiers naturels.

Pour une suite (u_n) les termes sont notées u_0 , u_1 , u_2 , … … , u_n

On dit que u_n est le terme de rang n ou d'indice n de la suite u .

1- DIFFERENTES FAÇONS DE DEFINIR UNE SUITE NUMERIQUE

Les suites sont généralement définies de manière absolue ou par une relation de récurrence. On donne ci-dessous, 3 exemples de définition d'une suite :

	Suite définie ….
$(u_n)_{n\geq 1}$ définie par $u_n = \frac{2n+1}{n}$	
$(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par son premier terme $v_0 = 2$ et par la relation $v_{n+1} = \frac{v_n - 1}{v_n + 1}$	
(w_n) définie par son premier terme $w_0 = 10$ et par les relations : $w_{n+1} = \frac{w_n}{2}$ si w_n est pair $w_{n+1} = 3w_n + 1$ si w_n est impair	

2- SUITE PARTICULIERE : SUITE ARITHMETIQUE

a. DEFINITION :

Définition :

On appelle suite arithmétique, une suite définie par son premier terme et une relation de récurrence du type $u_{n+1} = u_n + r$ où r est une nombre réel appelé raison de la suite.

b. CALCUL DU TERME GENERAL :

Par exemple, $(u_n) = \{2 \ , \ 7 \ , \ 12 \ , \ 17 \ , \ 22 \ , \ 27 \ , \ 32 \ , \ 37 \ , \ 42 \ , \ \dots.\}$ est une suite arithmétique

de nombres, de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 5$. On peut écrire :

Propriétés :

Pour une suite arithmétique de premier terme u_0 définie par $u_{n+1} = u_n + r$, on peut définir un terme u_n par une relation absolue

c. CALCUL DE LA SOMME DE TERMES CONSECUTIFS :

On considère la suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r . On se propose de calculer la somme $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots .. + u_{n-1} + u_n$

Propriété :

Pour une suite arithmétique premier terme u_0 définie par $u_{n+1} = u_n + r$:

$$S = u_0 + u_1 + \cdots .. + u_{n-1} + u_n = \frac{nombres\ de\ termes\ (1^{er} terme + dernier\ terme)}{2}$$

Cette somme s'écrit aussi :

3- Suite particuliere : suite geometrique

a. Definition :

Définition :

On appelle suite géométrique, une suite définie par son premier terme et une relation de récurrence du type $u_{n+1} = u_n \times q$ où q est une nombre réel appelé raison de la suite.

b. Calcul du terme general :

Par exemple, $(u_n) = \{1 \;,\; 2 \;,\; 4 \;,\; 8 \;,\; 16 \;,\; 32 \;,\; 64 \;,\; 128 \;,\; 256, \ldots.\}$ est une suite géométrique de nombres, de premier terme 1 et de raison 2 . On peut écrire :

Propriétés :

Pour une suite géométrique de premier terme u_0 définie par $u_{n+1} = q\, u_n$, on peut définir un terme u_n par une relation absolue

c. Calcul de la somme de termes consecutifs :

On considère la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q . On se propose de calculer la somme $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots.. + u_{n-1} + u_n$

Propriété :

Pour une suite géométrique premier terme u_0 définie par $u_{n+1} = q\, u_n$:

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots.. + u_{n-1} + u_n = 1^{er} terme\ \frac{(1 - q^{nombre\ de\ termes})}{1 - q}$$