TD **LOI BINOMIALE - des sujets de BTS**

Sujet A :

2. On tire au hasard 50 fiches de pompes dans le fichier de l'entreprise. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 50 fiches, associe le nombre de fiches de pompes en panne.

On rappelle que la probabilité qu'une pompe soit en panne est 0,082.

a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer la probabilité que, parmi les 50 fiches tirées, il y ait exactement deux fiches de pompes en panne. Arrondir au millième.

c. Calculer la probabilité que parmi les 50 fiches tirées, il y ait plus de deux fiches de pompes en panne. Arrondir au millième.

d. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter ce résultat.

Sujet B :

Partie C

Dans cette partie, on considère qu'il y a 6 % de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boites contenant 150 composants. La production de l'entreprise étant très importante, on peut assimiler la constitution d'une boite à une succession de 150 tirages avec remise.

On note X la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres.

2. Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boite.

Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boites commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux.

Dans cette question, les résultats seront arrondis à 0,001 *près.*

a. Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boite.

b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boite.

c. Le commercial a-t-il raison ?

3. Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boite.

Sujet C :

PARTIE B :

Une entreprise produit en grande série des axes de rotation pour un modèle de moteur.
Ces axes sont fabriqués par dix machines identiques fonctionnant de manière indépendante et toujours ensemble pendant une période appelée *cycle de fabrication.*
Le service de maintenance annonce que la probabilité qu'une machine tombe en panne pendant un cycle de fabrication est de 0,02.

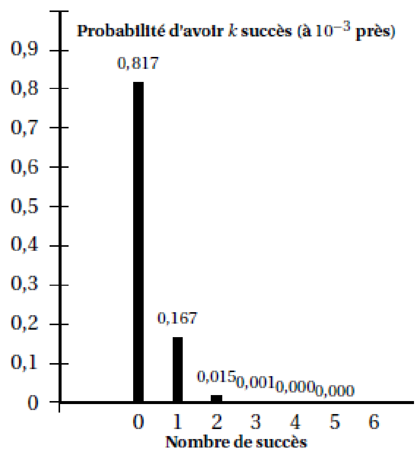
1. On admet que la variable aléatoire X qui à chaque cycle de fabrication associe le nombre de machines tombant en panne pendant ce cycle suit une loi binomiale.

a. Quels sont les paramètres n et p de cette loi binomiale ?

En utilisant le graphique ci-contre, qui représente la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

b. indiquer quelle est la probabilité p_1 qu'aucune machine ne tombe en panne pendant un cycle de fabrication ;

c. déterminer quelle est la probabilité p_2 qu'au moins deux machines tombent en panne pendant un cycle de fabrication.



Exercice 1 : Une entreprise fabrique un très grand nombre de condensateurs électroniques.

On considère que 7% des condensateurs fabriqués par l'entreprise sont non conformes.
On prélève 50 condensateurs dans la production d'un jour donné. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 50 condensateurs, associe le nombre de condensateurs non conformes.

1. Donner la loi de la variable aléatoire X et préciser ses paramètres.

2. Calculer, à 10^{-4} près, la probabilité qu'un prélèvement contienne un seul condensateur non conforme.

3. Calculer, à 10^{-4} près, la probabilité qu'il y ait moins de 2 condensateurs non conformes dans un prélèvement.

4. Calculer l'espérance et l'écart-type. Donner une interprétation de ce résultat par rapport au contexte donné. Tracer au mieux le diagramme barre qui donne la probabilité $p(X = x_i)$ en fonction de $0 \leq x_i \leq 50$

Exercice 2 : les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-4} (6,5 points)
Un administrateur de réseaux installe des nouveaux serveurs pour ses utilisateurs répartis sur 3 sites. L'installation nécessite une interruption du service pendant une période donnée. Afin de perturber le moins possible les utilisateurs, l'administrateur étudie les connections sur les 3 sites dans la période considérée.
Nous n'étudierons que le site 1 sur lequel il y aura 150 utilisateurs.
On suppose que la probabilité qu'un utilisateur se connecte sur ce site 1, dans cette période est égale à 0,05.
Les comportements des utilisateurs connectés sur ce site dans la période considérée.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'utilisateurs connectés sur ce site 1.

1. Donner la loi suivie par la variable aléatoire X (pas besoin de justifier). Préciser les paramètres.

2. Parmi les 150 utilisateurs, donner le nombre moyen de personnes connectées sur le site 1 sur la période considérée. Préciser ce que vous calculez.

3. On donne ci-dessous un **extrait** du tableau obtenu à l'aide d'un tableur fournissant des probabilités $P(X = k)$ et $P(X \leq k)$, où k désigne un entier naturel compris entre 0 et 150.

a/ dans le tableau ci-contre, entourez **en rouge** la case correspondant à la probabilité de n'avoir aucun utilisateur connecté dans la période considérée.

b/ dans le tableau ci-contre, entourez **en bleu** la case correspondant à la probabilité d'avoir au plus 5 utilisateurs connectés dans la période considérée.

c/ dans le tableau ci-contre, entourez **en noir** la case correspondant à la probabilité d'avoir exactement 14 utilisateurs connectés dans la période considérée.

d/ dans le tableau ci-contre, entourez **en vert** la case correspondant à la probabilité d'avoir moins de 7 utilisateurs connectés dans la période considérée.

k	P(X = k)	P(X ≤ k)
0	0,0005	0,0005
1	0,0036	0,0041
2	0,0141	0,0182
3	0,0366	0,0548
4	0,0708	0,1256
5	0,1088	0,2344
6	0,1384	0,3728
7	0,1499	0,5227
8	0,141	0,6637
9	0,1171	0,7808
10	0,0869	0,8677
11	0,0582	0,9259
12	0,0355	0,9614
13	0,0198	0,9812
14	0,0102	0,9914
15	0,0049	0,9963

4. Calculer la probabilité d'avoir plus de 2 utilisateurs connectés dans la période considérée

5. Déterminer à l'aide de ce tableau le plus petit entier a tel que $P(X > a) < 0{,}025$.