CoAnim - Equations différentielles

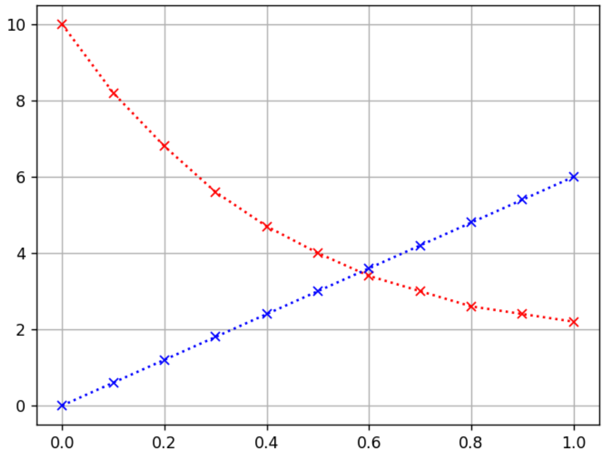
PARTIE 1 :

On a résolu en cours l'équation différentielle $2\,y' + 4y = 6t$ en trouvant une infinité de solutions qui dépendent d'une variable k. Ces solutions s'écrivent $y(t) = k\,e^{-2\,t} + \,1{,}5\,t - 0{,}75$

La seule de ces solutions qui vérifie la condition initiale $y(0) = 10$ est $y(t) = 10{,}75\,e^{-2\,t} + \,1{,}5\,t - 0{,}75$

On donne ci-contre le code python **incomplet** de la fonction *equationDiff()* qui a comme paramètres, une fonction f, les variables a et b qui sont les coefficients d'une équation différentielle $a\,y' + b\,y = c(t)$ et les variables $tmin$ et $tmax$ qui sont les bornes gauche et droite de la courbe

$$ed(t) = a\,f'(t) + b\,f(t)\,.$$




```python
from math import exp
from matplotlib.pyplot import plot,grid,show,title

def f(t) :
    return 10.75*exp(-2*t) + 1.5*t - 0.75

def equationDiff(f,a,b,tmin,tmax) :
    l_t = []
    l_f = []
    l_ed = []
    pas = 0.1
    dt = 0.00001
    t = tmin
    while t <= tmax :






    plot(l_t,l_f,'r:x')
    plot(l_t,l_ed,'b:x')
    grid(True)
    show()

# Programme principal
equationDiff(f,2,4,0,1)
```

L'exécution de ce code affiche pour $tmin < t < tmax$ la courbe (rouge) de la fonction $f(t)$ et celle (bleue) de $ed(t) = a\,f'(t) + b\,f(t)$. Pour calculer $f'(t)$, on utilise la définition du nombre dérivé $f'(t) = \frac{f(t+dt)-f(t)}{dt}$ avec $dt = 0.0001$ qui est un nombre très petit. On réalise le calcul de $f(t)$ et $ed(t)$ pour des valeurs de t qui augmentent à chaque fois de la valeur $pas = 0.1$. Touts les coordonnées des points calculés sont ajoutées dans les listes l_t , l_f et l_ed dont le contenu en fin d'exécution sera pour l'exécution précédente :

```
l_t =  [0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0]
l_f =  [10.0, 8.2, 6.8, 5.6, 4.7, 4.0, 3.4, 3.0, 2.6, 2.4, 2.2]
l_ed =  [0.0, 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0, 3.6, 4.2, 4.8, 5.4, 6.0]
```

<u>*Question*</u> : Ecrire le code complet dans un fichier nommé *votreNom_ed.py* . Le tester.

PARTIE 2 :

On recherche $y(t)$ solution de l'équation différentielle $0{,}0016\, y' + y = 1000$ t avec comme condition initiale $y(0) = 0$.

1- Résoudre l'équation sans second membre
2- Déterminer une solution particulière sous la forme $A\, t + B$
3- En déduire la fonction $y(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$
4- Utiliser la fonction *equationDiff()* mise au point dans la partie 1 pour vérifier la validité du résultat obtenu, pour $0 < t < 1$