

On se propose d'étudier un filtre passe-bas de type RC d'un point de vue mathématique.

Une tension $x(t)$ est appliquée entre les points A et B, en entrée de filtre. Une tension $y(t)$ se retrouve entre les points D et C, en sortie de filtre.



Ce filtre est composé d'une résistance R de 100Ω montée en série avec un condensateur de capacité $16 \mu\text{F}$.

$i(t)$ étant l'intensité du courant, on a aux bornes du

condensateur : $C \frac{dy(t)}{dt} = i(t)$

Sur le circuit série RC, on peut écrire :

$$R i(t) + y(t) = x(t) \quad \Rightarrow \quad RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

Si on pose : $\tau = RC = 1.10^2 \times 16.10^{-6} = 0,0016$, pour trouver la tension de sortie $y(t)$ en fonction de celle d'entrée $x(t)$ il faut résoudre l'équation différentielle :

$$0,0016 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

PARTIE A : La tension $x(t)$ est continue :

On suppose que l'entrée $x(t)$ est un **échelon** :

$$\text{pour } t < 0, x(t) = 0 \quad ; \quad \text{pour } t \geq 0, x(t) = 1$$

On recherche $y(t)$ solution de l'équation différentielle $0,0016 y' + y = 1$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$.

- 1- Résoudre l'équation sans second membre
- 2- Déterminer une solution particulière constante
- 3- En déduire la fonction $y(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$
- 4- Tracer la courbe représentative de y pour $t \in [0 ; 0,01]$

PARTIE B : La tension $x(t)$ est une rampe linéaire $x(t) = 1000 t$

On recherche $y(t)$ solution de l'équation différentielle $0,0016 y' + y = 1000 t$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$.

- 1- Résoudre l'équation sans second membre
- 2- Déterminer une solution particulière sous la forme $A t + B$
- 3- En déduire la fonction $y(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$

PARTIE C : La tension $x(t)$ est sinusoidale $x(t) = \cos(1000 t)$

On recherche $y(t)$ solution de l'équation différentielle $0,0016 y' + y = \cos(1000 t)$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$.

- 1- Résoudre l'équation sans second membre
- 2- Déterminer une solution particulière sous la forme $A \cos(1000 t) + B \sin(1000 t)$
- 3- En déduire la fonction $y(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$

