TD – Ciel

LOI EXPONENTIELLE

EXERCICE 1 : Durée de vie des lampes

X est la variable aléatoire qui, à toute lampe d'un certain type prélevée au hasard dans un stock important, associe sa durée de bon fonctionnement en heures. On suppose que X suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}0004$

1. **1.** Définir la fonction de densité f de cette loi.
2. **2.** Soit C_f la représentation graphique de f. En vous aidant de votre calculatrice, tracer C_f sur l'intervalle [0 ; 6000], dans un repère orthonormé avec comme unités : 2 cm pour 1000 heures sur l'axe des abscisses

Soit les évènements suivants :

A : « la durée de bon fonctionnement de la lampe prélevée est comprise entre 500 h et 2000 h »,

B : « la durée de bon fonctionnement de la lampe prélevée est supérieure à 4000 h »,

3. **3.** Calculer la probabilité p(A) en utilisant la procédure calcul intégral sur la calculatrice
4. **4.** Calculer la probabilité p(B) (*arrondir à 10^{-3} près)* en utilisant à présent une primitive de f
5. **5.** Déterminer l'espérance E(X) et donner une interprétation du résultat dans le contexte de l'énoncé.
6. **6.** Un nouveau type de lampe est étudié. La durée de bon fonctionnement de ces nouvelles lampes est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ inconnu. Une étude statistique montre que 30% de ces lampes fonctionnent encore à T = 4000 h, d'où : $p(T > 4000) = 0.3$. Calculer la valeur de λ

EXERCICE 2 : Durée de vie de tube fluorescent

Une entreprise fabrique et commercialise des tubes fluorescents. X est la variable aléatoire qui à tout tube prélevé au hasard dans un stock important, associe sa durée de bon fonctionnement (en heures). On suppose que X suit la loi exponentielle de paramètre $= 0{,}0015$.

1) Donner l'expression de la fonction de densité de cette loi. Représenter approximativement cette loi par une courbe (avec graduations).
2) Donner l'espérance E(X). Repérer cette valeur sur la courbe tracée. A quoi correspond-elle dans le contexte de l'exercice.
3) Calculer par calcul intégral, les probabilités suivantes à 10^{-2} près.
   a) $p(X < 800)$
   b) $p(X > 800)$

EXERCICE 3 : Durée d'attente à une caisse de grande surface

Soit X la variable aléatoire qui correspond au temps d'attente (exprimé en minutes) à une caisse de grande surface. X suit une loi exponentielle de paramètre λ inconnu. Une étude statistique a permis de montrer que ce temps d'attente est inférieur à 4 mn dans 60 % des cas. Ainsi : $p(X < 4) = 0{,}6$.

1) Utiliser ce résultat pour calculer λ à 10^{-3} près.
2) Tracer approximativement l'allure de la courbe (avec graduations) liée à cette loi. Calculer E(X).
3) En utilisant la procédure de calcul intégral de la calculatrice, donner la probabilité qu'a une personne d'attendre moins de 2 mn.