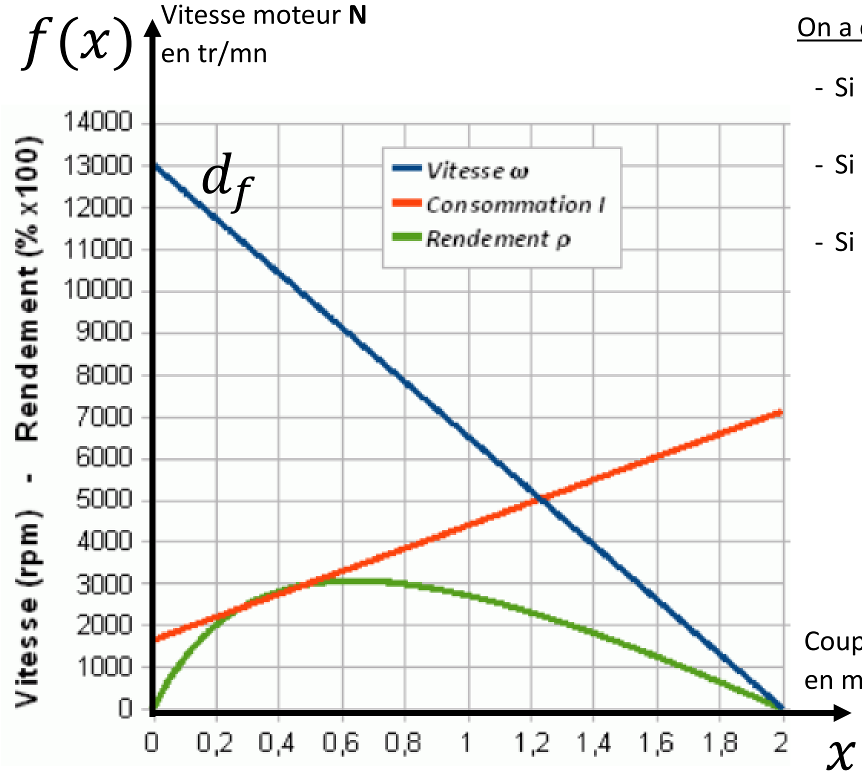
Chapitre 3 - Fonctions affines – Equations 1^er^ degré

1- Exemple d'introduction :

La droite d_f ci-dessous, donne l'évolution de la vitesse N (*en trs/mn*) d'un moteur à courant continu lorsque le couple C (*en mN.m*) qui lui est appliqué varie.



On a comme mesures précises :

- Si $C = 0{,}6\ mNm$ alors $N = 9100\ trs/mn$
- Si $C = 1{,}4\ mNm$ alors $N = 3900\ trs/mn$
- Si $= 0\ nNm$ alors $N = 13000\ trs/mn$

Question : La droite d_f ci-dessus est la courbe représentative d'une fonction f . Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de x .

Vérification : Calcul de la vitesse en trs/mn, si le couple appliqué est

- de $1\ mNm$:
- de $0{,}4\ mNm$:
- de $1{,}6\ mNm$:

2- POINT COURS FONCTIONS AFFINES :

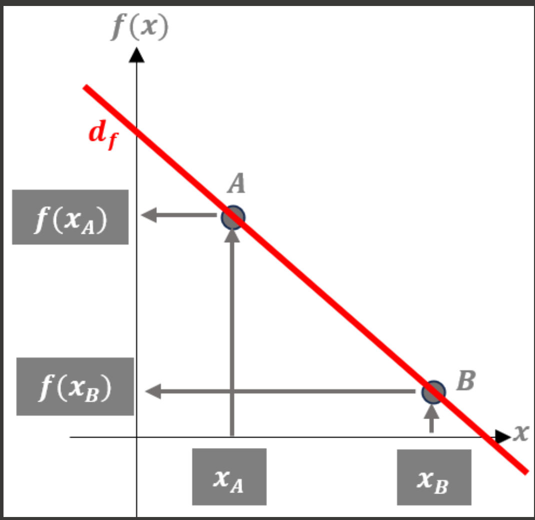
Définition :

⇨ L'expression d'une fonction affine est du type $f(x) = ax + b$, a et b étant des constantes réelles. a est appelé , b est appelé

Trouver a et b :

⇨ Soit une fonction affine f. Si on connait les coordonnées de 2 points $A(x_A\,, f(x_A))$ et $B(x_B\,, f(x_B))$ de sa droite représentative, on peut calculer les valeurs des nombres a et b de la relation :

$$f(x) = a\,x + b$$

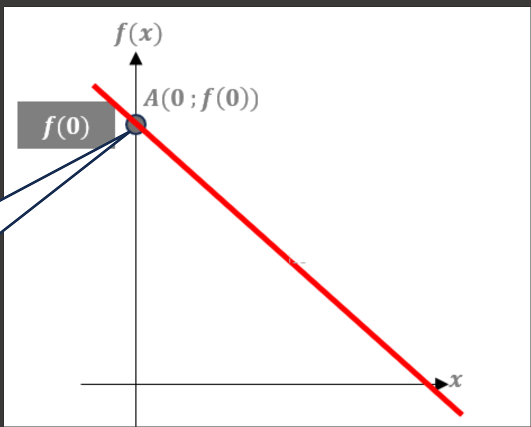


- Pour trouver la valeur du nombre a, on écrit :

$$a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Pour trouver la valeur du nombre b, on écrit $b = f(x_A) - a\,x_A$

- Si $x_A = 0$, cette dernière relation donne : $b = f(0) - a \times 0 = f(0)$



Sens de variation:

Le sens de variation d'une fonction affine $f(x) = a\,x + b$ dépend du signe du coefficient directeur a :

x	$-\infty$	$+\infty$
Variation de $f(x) = ax + b$	$\nearrow$ est POSITIF	

x	$-\infty$	$+\infty$
Variation de $f(x) = ax + b$	$\searrow$ est NEGATIF	

Tableau de signe :

Pour tracer le tableau de signe d'une fonction affine $f(x) = a\,x + b$ on commence par résoudre l'équation $f(x) = 0$. Le tableau de signe de f est alors l'un des 2 ci-dessous :

x	$-\infty$	.....	$+\infty$
Signe de $f(x) = ax + b$	-	0	+

est POSITIF

x	$-\infty$	.....	$+\infty$
Signe de $f(x) = ax + b$	+	0	-

est NEGATIF

Equations 1er d° :

$$3\,x + 1 = x - 4$$
………… = …………..
………… = …………..
………… = …………..
$$x = -2{,}5$$

Résoudre l'équation, cela consiste à réécrire l'égalité en la transformant à chaque ligne …. pour à la fin, retrouver l'inconnue x toute seule, uniquement dans un des 2 membres.

Et comment on transforme l'équation ? :

Les lignes que l'on écrit doivent absolument conserver l'égalité entre les 2 membres. Pour conserver cette égalité, on peut :

- AJOUTER ou SOUSTRAIRE un même nombre à tout le membre de gauche, à condition de faire également la même opération à tout le membre de droite.

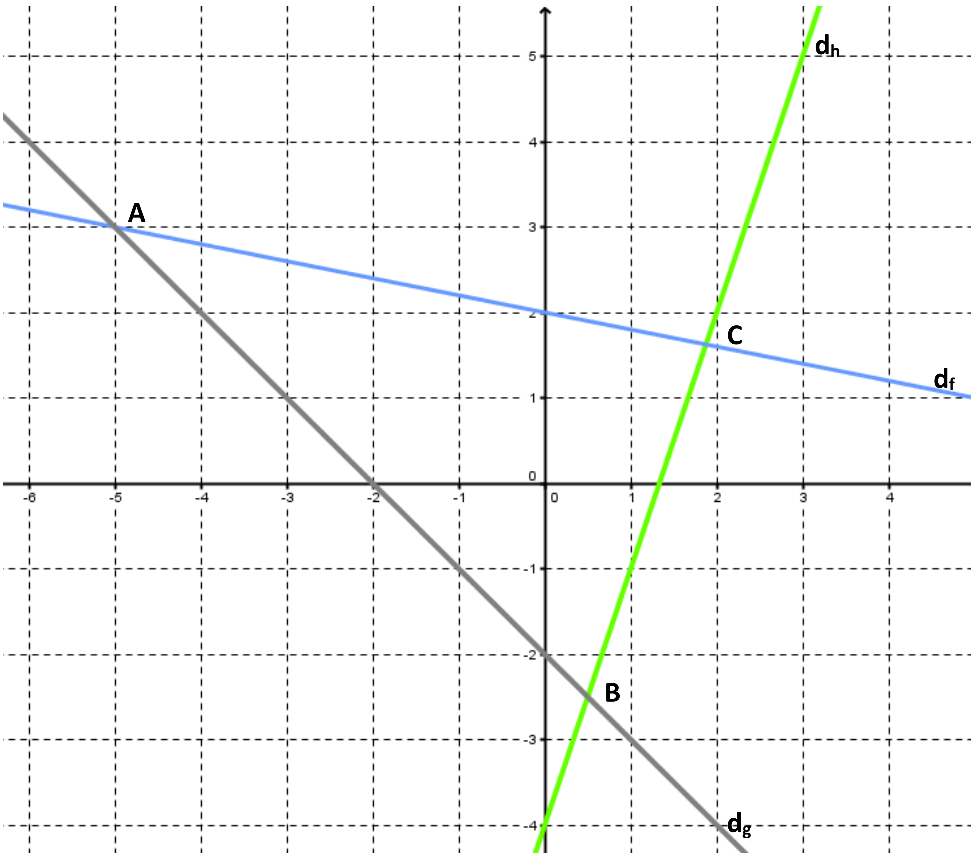
- MULTIPLIER ou DIVISER par un même nombre, tout le membre de gauche, à condition de faire également la même opération sur tout le membre de droite.

3- Exercices :

Exercice 1. : Pour chacune des fonctions suivantes, identifier le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine, puis tracer la droite correspondante avec comme fenêtre graphique $x \in [-7\,;3]$ et $-6 \leq y \leq 4$

a) $f(x) = 2x + 1$
b) $g(x) = 0{,}5x + 1$
c) $h(x) = -2x - 3$
d) $i(x) = -0.5x - 3$

Exercice 2. : On donne ci-dessous, la représentation graphique de 3 fonctions f, g, et h.

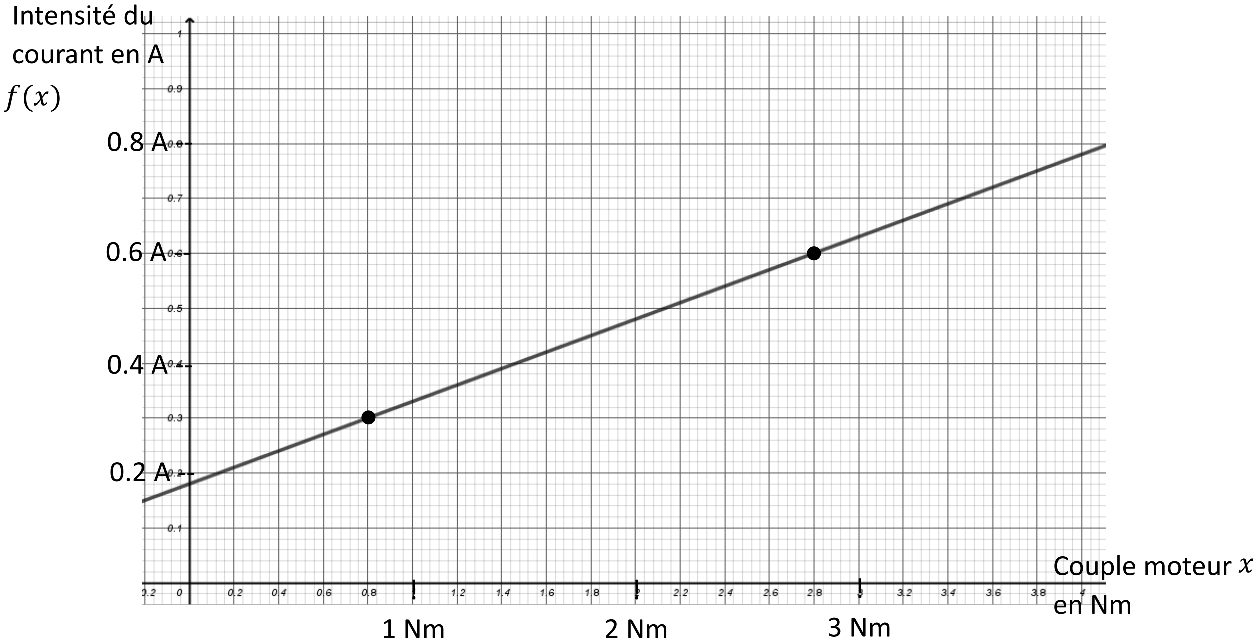


a) Donner l'expression des fonctions f, g, et h.
b) Tracer les droites sur calculatrice.
c) Construire les tableaux de signe de ces 3 fonctions.
d) Donner les coordonnées des points d'intersection A , B et C .

Exercice 3.: Résolutions d'équations et calculs

a) Chercher la valeur de x qui permet d'avoir l'égalité : $3x - 5 = 2\,x - 15$
b) On a la relation suivante : $5E + U = 10$. Exprimer E en fonction de U
c) On a la relation suivante : $\frac{U}{2} - A = 0$. Exprimer U en fonction de A
d) On a la relation suivante : $\frac{a}{b} = \frac{R}{m}$. Exprimer a en fonction de R, m et b
e) Calculer $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ sous forme de fraction. Donner une valeur approchée au dixième.
f) Exprimer $\frac{U}{2} + \frac{U}{3}$ en fonction de U
g) On a la relation : $(R + r)I = U$. Exprimer r en fonction des autres grandeurs.
h) On a la relation : $P = \frac{1}{2}\,R\,I^2$. Exprimer R en fonction des autres grandeurs.
i) On a la relation $S = \frac{a}{a+b} \times E$. Exprimer b en fonction des autres grandeurs.

Exercice 4. : La courbe ci-dessous, donne l'évolution de l'intensité I (en A) d'un moteur à courant continu lorsque le couple C (en N.m) qui lui est appliqué varie.



a) La droite ci-dessus est la courbe représentative d'une fonction f . Donner l'expression de $f(x)$.
b) Déterminer la formule qui donne l'intensité I en fonction du couple C.
c) Utiliser cette formule pour déterminer l'intensité I pour $C = 2{,}1\ N.m$
d) Déterminer la formule qui donne le couple C en fonction de l'intensité I
e) Tracer la courbe qui donne l'évolution du couple C (en N.m) qui est appliqué en sortie de moteur en fonction de l'intensité I (en A)

Exercice 5. : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 5t - 2$

a) Construire le tableau de variation de f
b) Construire le tableau de signe de f

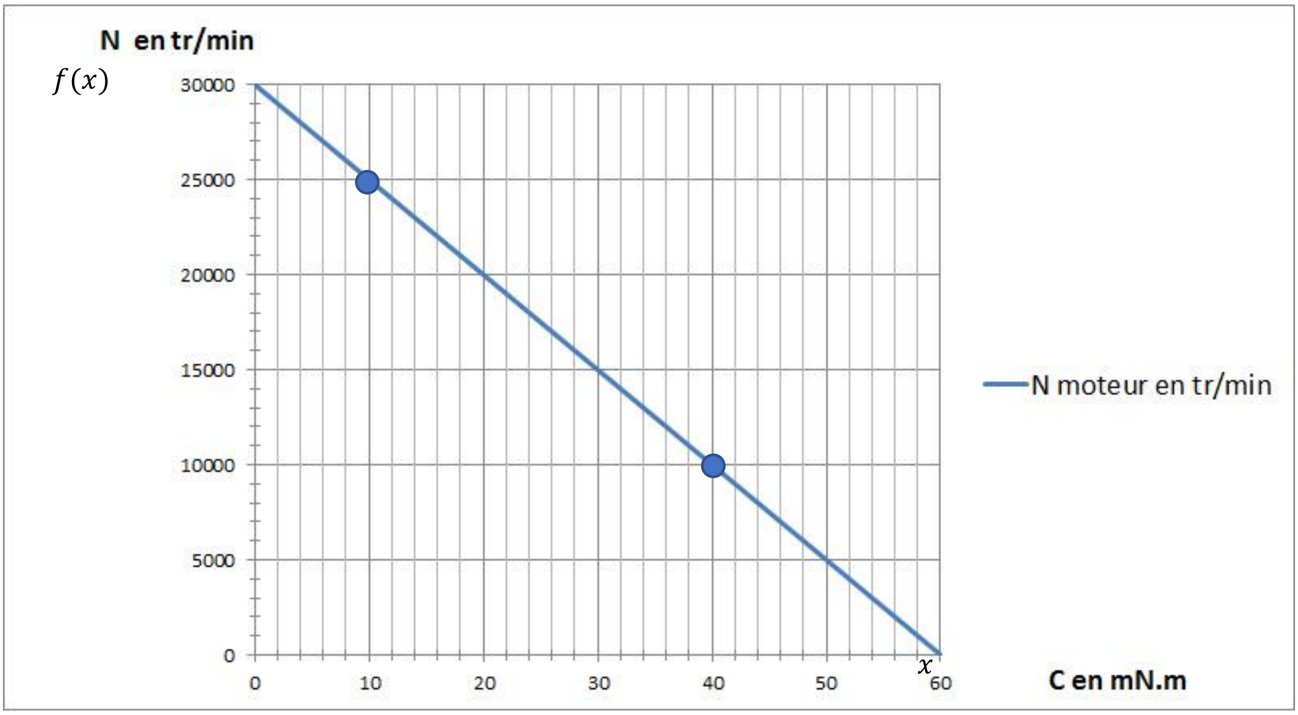
Exercice 6. : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = -220t - 110$

a) Construire le tableau de variation de f
b) Construire le tableau de signe de f

Exercice 7. : Résolutions d'équations et calculs

a) Chercher la valeur de x qui permet d'avoir l'égalité : $\frac{x}{2} + 40 = 2\,x - 10$
b) On a la relation suivante : $U = R\,I + E$. Exprimer I en fonction des autres grandeurs.
c) On a la relation suivante : $\frac{U}{R} - I = 0$. Exprimer U en fonction des autres grandeurs.
d) On a la relation suivante : $\frac{a}{b} = \frac{1}{R}$. Exprimer R en fonction des autres grandeurs.
e) Calculer $\frac{1}{4} - \frac{3}{7}$ sous forme de fraction. Donner une valeur approchée au dixième.
f) Exprimer $\frac{R}{4} + \frac{3R}{7}$ en fonction de R
g) On a la relation : $P = \frac{1}{2}\,R\,I^2$. Exprimer I en fonction des autres grandeurs.
h) On a la relation $S = \frac{R_2}{R_1+R_2} \times E$. Exprimer R_2 en fonction des autres grandeurs.

Exercice 8. : La courbe ci-dessous, donne l'évolution de l'intensité I (en A) d'un moteur à courant continu lorsque le couple C (en N.m) qui lui est appliqué varie.



a) La droite ci-dessus est la courbe représentative d'une fonction f . Donner l'expression de $f(x)$.
b) Déterminer la formule qui donne la vitesse de rotation N en fonction du couple C.
c) Utiliser cette formule pour déterminer la vitesse N pour $C = 30\ mN.m$
d) Déterminer la formule qui donne le couple C en fonction de l'intensité N
e) Tracer la courbe qui donne l'évolution du couple C (en mN.m) qui est appliqué en sortie de moteur en fonction de la vitesse N (en tr/min)