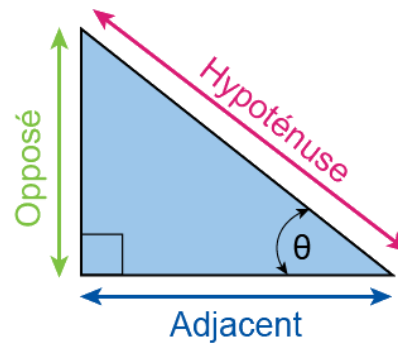


1- COSINUS ET DU SINUS D'UN ANGLE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE :

Historiquement, les cosinus, sinus et tangente d'un angle ont été définis de la manière suivante :

Comme la longueur de l'hypoténuse est toujours supérieure à celles des côtés opposés ou adjacents, on peut en déduire que $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont toujours inférieurs à 1.



$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}} \\ \cos \theta &= \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}} \\ \tan \theta &= \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}\end{aligned}$$

D'autre part, si on calcule : $(\cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2$

On obtient : $\left(\frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}\right)^2 + \left(\frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}\right)^2$

Ce qui donne : $\frac{\text{Adjacent}^2 + \text{Opposé}^2}{\text{Hypoténuse}^2}$

D'après le théorème de Pythagore : $\text{Adjacent}^2 + \text{Opposé}^2 = \text{Hypoténuse}^2$

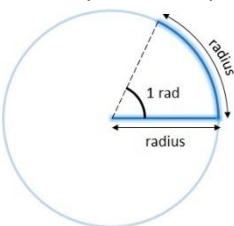
On a donc finalement : $(\cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2 = \frac{\text{Hypoténuse}^2}{\text{Hypoténuse}^2} = 1$

Point Cours :

- $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont toujours inférieurs à 1
- $\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2 = 1$

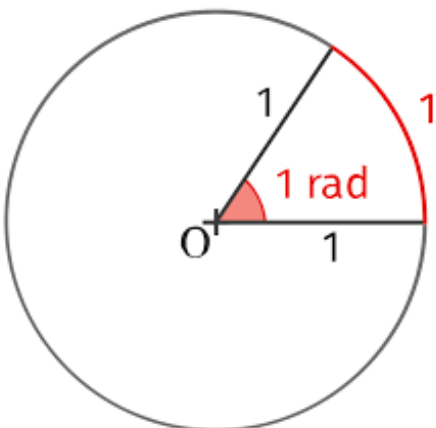
2- UNITES DES ANGLES :

Depuis l'antiquité, l'unité utilisée pour mesurer des angles était le **degré**. Ce n'est qu'à la fin du 19^{ème} siècle que l'on utilise le **radian**. Cette nouvelle unité est impérative lorsque l'on dérive ou intègre les fonctions cosinus et sinus. On l'utilise ainsi en sciences physiques.



Un angle de 1 radian est obtenu en enroulant sur un cercle une longueur égale à son rayon.

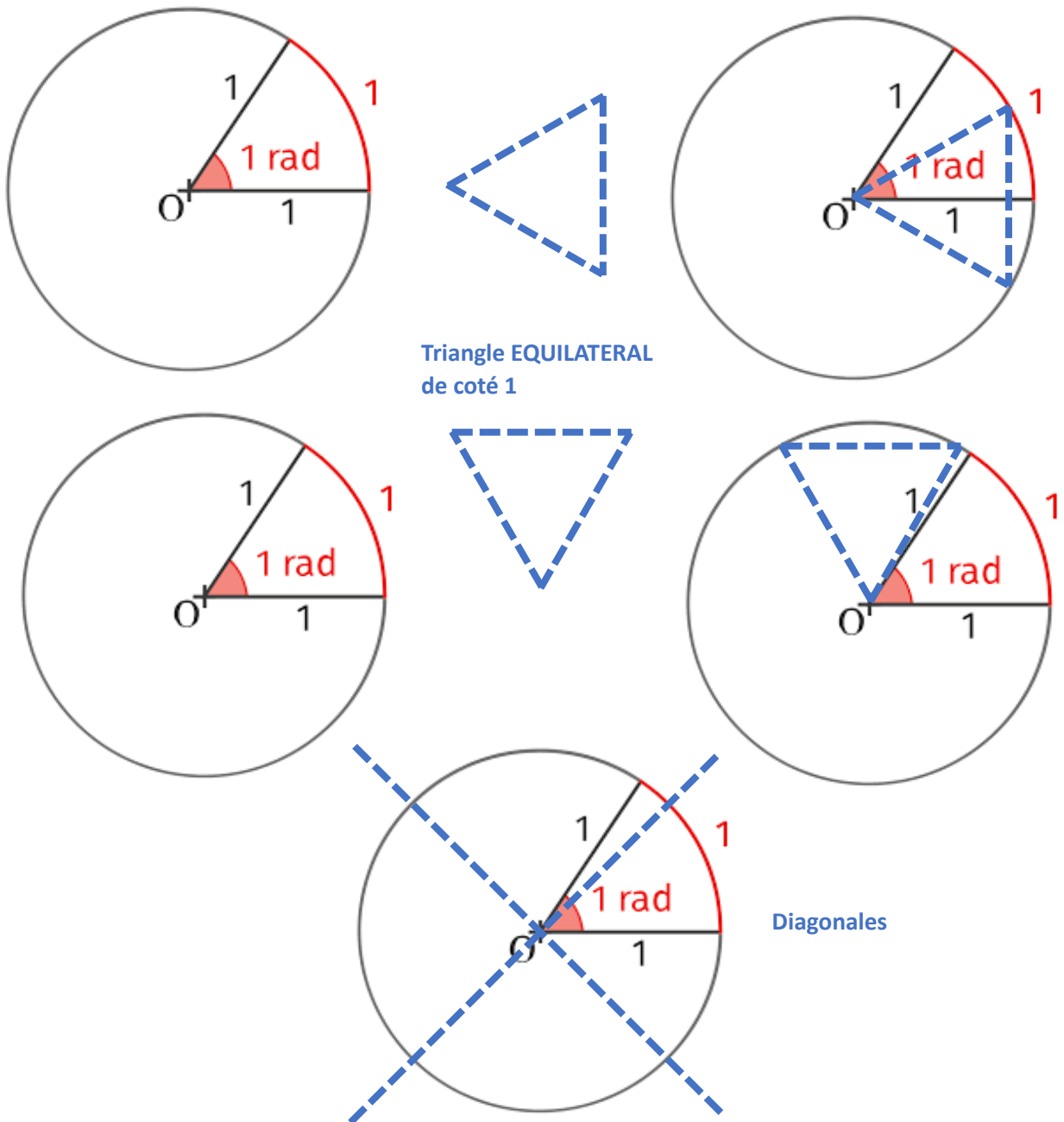
Si on raisonne sur un cercle dont le rayon est égal à 1, on obtient 1 radian en enroulant une longueur de 1 sur le cercle.



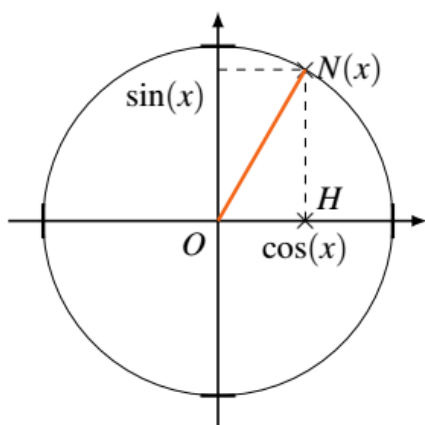
- Point Cours :
- Un cercle de rayon 1, centré sur l'origine d'un repère est appelé **CERCLE TRIGONOMETRIQUE**
 - Le périmètre d'un cercle trigonométrique est égal à 2π

3- ANGLES REMARQUABLES :

Les angles en radians ne sont pas nécessairement compris entre 0° et 90° . Un angle θ en radians pourra prendre n'importe quelle valeur réelle : $\theta \in]-\infty ; +\infty[$. Parmi toutes ces valeurs possibles, certaines sont dites remarquables. Elles correspondent aux équivalents en degrés des angles 0° , 30° , 60° et 90° .



4- COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE SUR UN CERCLE TRIGONOMETRIQUE :

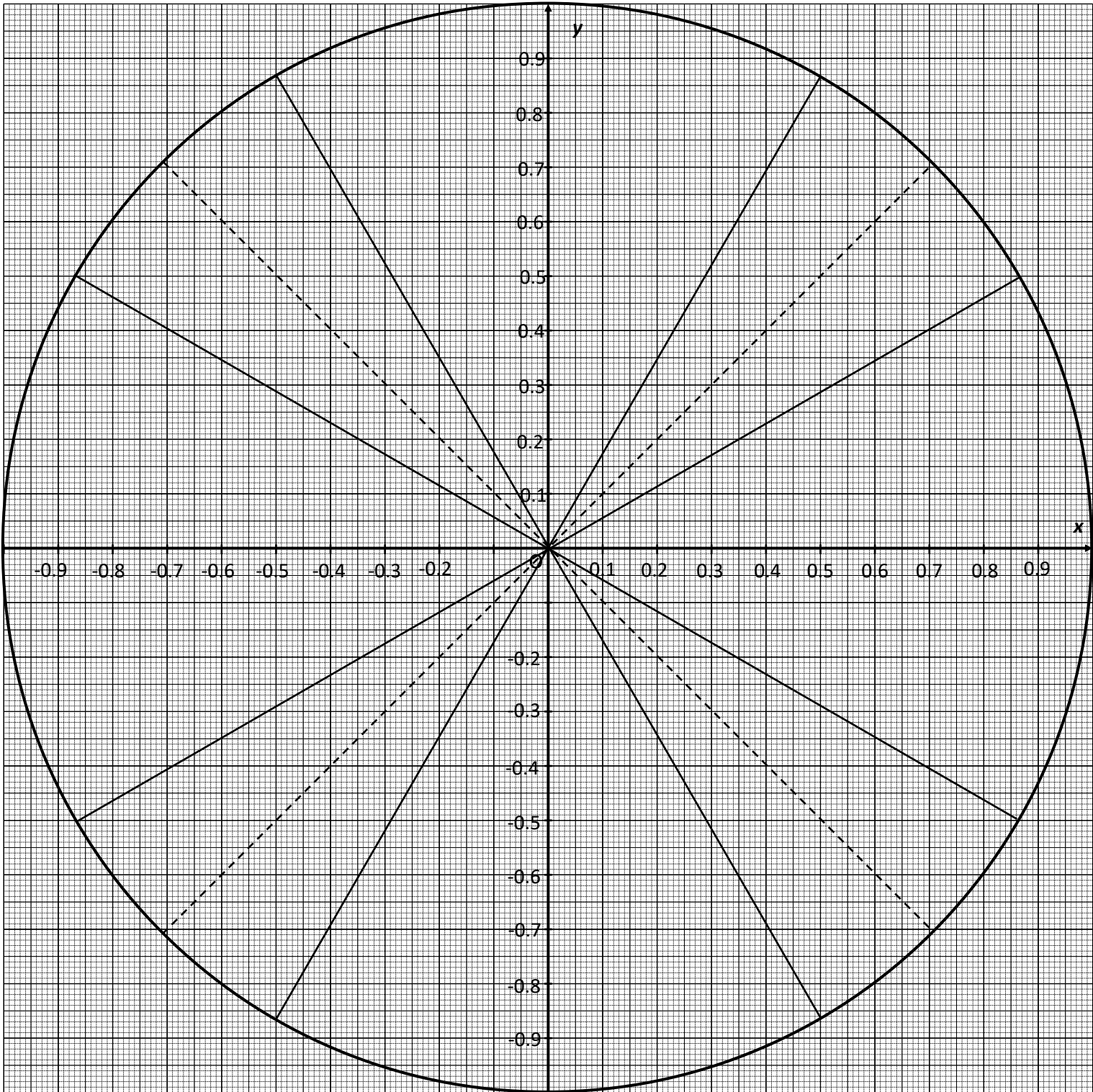


Point Cours :

Soit un point N du cercle trigonométrique repéré par un angle noté x et exprimé en radians :

- $\cos(x)$ prend la valeur de l'abscisse de ce point,
- $\sin(x)$ prend la valeur de l'ordonnée de ce point.

5- COSINUS ET SINUS DES ANGLES REMARQUABLES :



Angle θ en $^\circ$	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Angle θ en <i>rad</i>									
<i>cos</i> (θ)									
<i>sin</i> (θ)									

Point Cours : On doit toujours avoir $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$. Ainsi :

- si $\cos(x) = 1$ alors $\sin(x) = 0$ car $1^2 + 0^2 = 1$
- si $\cos(x) = \frac{1}{2}$ alors $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ car $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$
- si $\cos(x) = \sin(x)$ alors $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ car $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

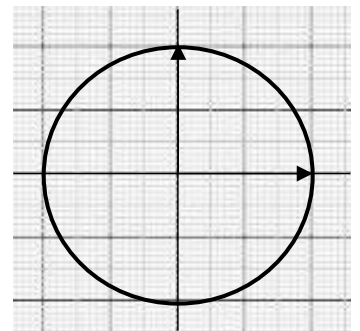
6- MESURE PRINCIPALE D'UN ANGLE :

Point Cours : La mesure principale d'un angle θ est celle qui repère le même point sur le cercle trigonométrique, mais avec une valeur comprise entre $-\pi$ et π .

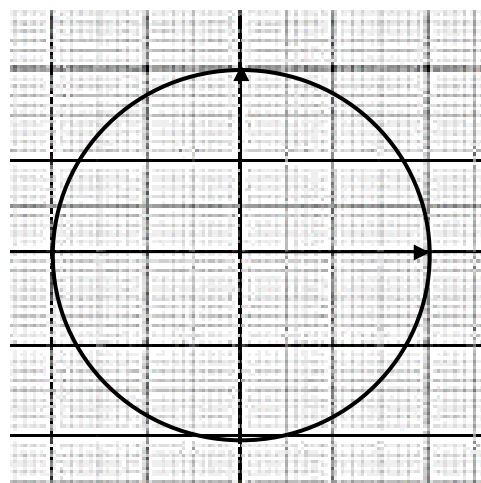
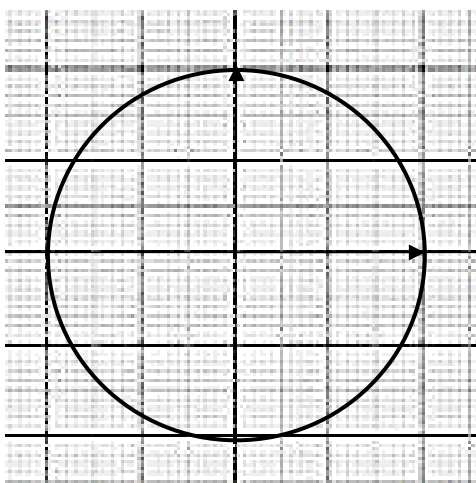
Exemple : Mesure principale de l'angle $\frac{35\pi}{2}$

$$\frac{35\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \frac{36\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 9 \times 2\pi$$

Ainsi les angles $\frac{35\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ repèrent le même point sur le cercle trigonométrique. La mesure principale de $\frac{35\pi}{2}$ est donc $-\frac{\pi}{2}$.

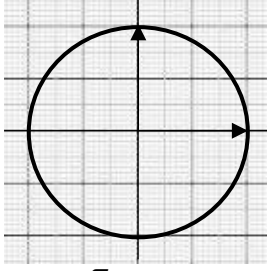
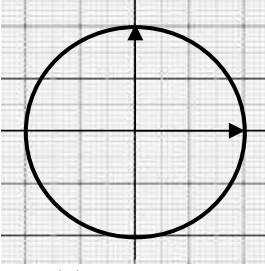
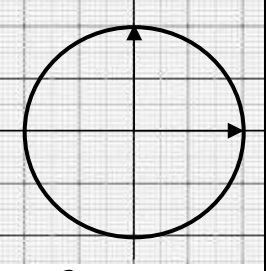
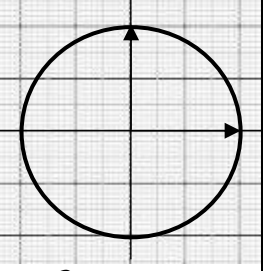
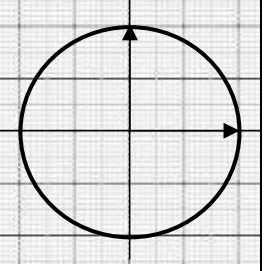


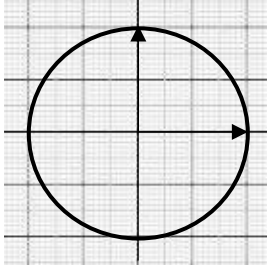
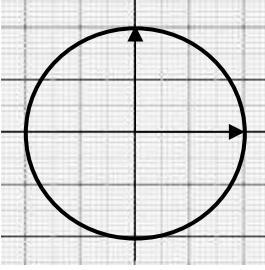
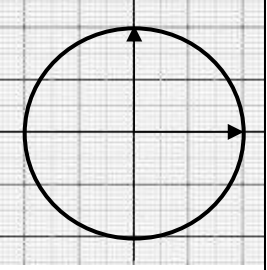
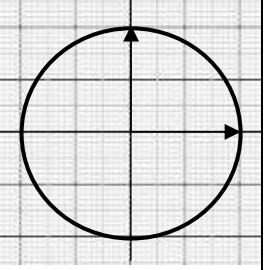
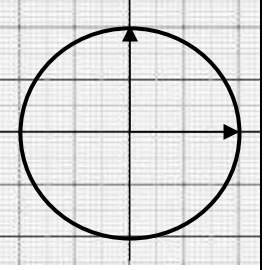
7- EGALITES A CONNAITRE :



8- EXERCICES :

Exercice 1 : : Angles remarquables : Compléter le tableau ci-dessous en repérant l'angle défini sur le cercle trigonométrique et en donnant les valeurs du cosinus et du sinus de cet angle.

				
$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$	$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) =$	$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) =$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) =$	$\cos(\pi) =$
$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$	$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) =$	$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) =$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) =$	$\sin(\pi) =$

				
$\cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$	$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$	$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) =$	$\cos\left(-\frac{7\pi}{2}\right) =$	$\cos(-301\pi) =$
$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$	$\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$	$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) =$	$\sin\left(-\frac{7\pi}{2}\right) =$	$\sin(-301\pi) =$

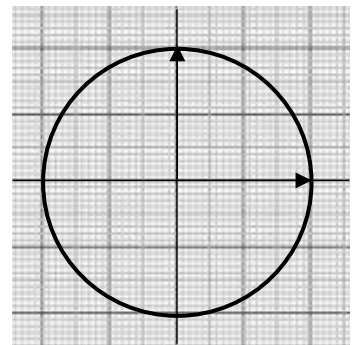
Exercice 2 :

- Convertir en degrés, la mesure suivante exprimée en radians : $\frac{7\pi}{6}$
- Convertir en radians sous la forme $\frac{a\pi}{b}$ ($\frac{a}{b}$ irréductible), la mesure suivante exprimées en degrés : 20°

Exercice 3 : $\Rightarrow$ Placer les points A, B, C, D et E associés **respectivement** aux angles x suivants, sur le cercle trigonométrique ci-contre :

$$x = 9\pi \quad ; \quad x = -\frac{5\pi}{6} \quad ; \quad x = \frac{5\pi}{3} \quad ; \quad x = \frac{5\pi}{2} \quad ; \quad x = \frac{9\pi}{4}$$

$\Rightarrow$ Donner pour chaque angle la valeur du $\cos x$ et du $\sin x$ sous forme d'une fraction.

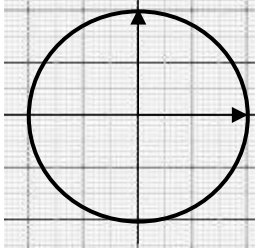
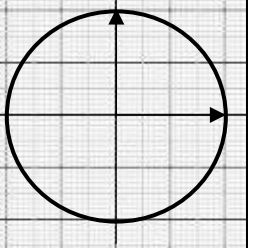
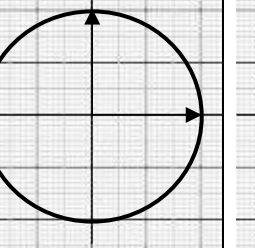
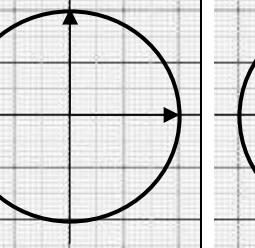
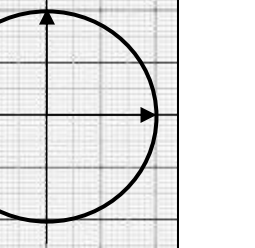


Exercice 4 : Pour chacun des angles suivants en radians : $\frac{4\pi}{3}$; $\frac{119\pi}{6}$; 55 ; 2023

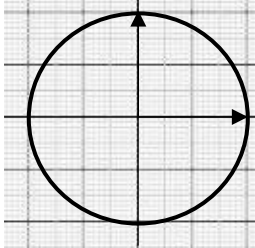
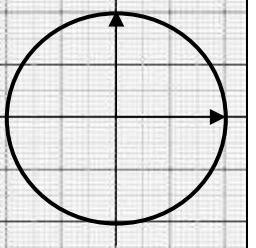
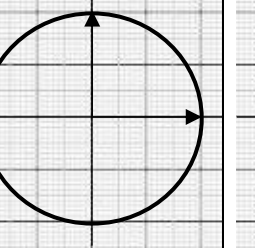
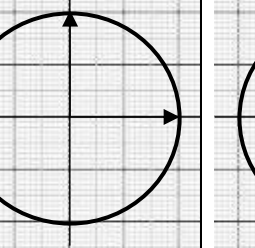
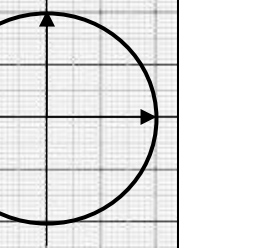
$\Rightarrow$ donner sa mesure principale,

$\Rightarrow$ écrire cet angle sous la forme : $\alpha + 2k\pi$ avec $-\pi < \alpha \leq +\pi$ et $k \in \mathbb{Z}$

Exercice 5 : Compléter le tableau ci-dessous en repérant l'angle défini sur le cercle trigonométrique et en donnant les valeurs du cosinus et du sinus de cet angle.

				
$\cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$	$\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) =$	$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) =$	$\cos\left(\frac{5\pi}{2}\right) =$	$\cos\left(-\frac{10\pi}{3}\right) =$
$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$	$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) =$	$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) =$	$\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) =$	$\sin\left(-\frac{10\pi}{3}\right) =$

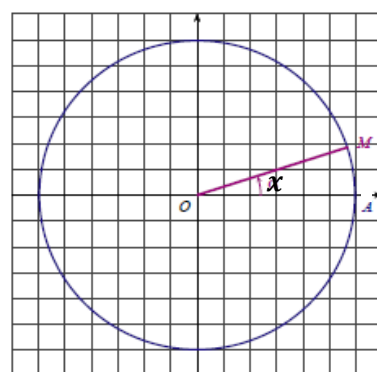
Exercice 6 : Angles remarquables : Compléter le tableau ci-dessous en repérant l'angle défini sur le cercle trigonométrique et en donnant les valeurs du cosinus et du sinus de cet angle.

				
$\cos\left(-\frac{9\pi}{6}\right) =$	$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) =$	$\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) =$	$\cos\left(\frac{5\pi}{2}\right) =$	$\cos(26\pi) =$
$\sin\left(-\frac{9\pi}{6}\right) =$	$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) =$	$\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right) =$	$\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) =$	$\sin(26\pi) =$

Exercice 7 : $\Rightarrow$ Sur le cercle trigo ci-contre, le point M est associé à l'angle x .
Repérer les points A, B, C associés respectivement aux angles $\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $(-x)$ et $\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

$\Rightarrow$ Simplifier l'expression suivante :

$$F = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(-x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$



Exercice 8 : Simplifier l'expression suivante : $G = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \sin(x + 2\pi) + \sin(\pi - x)$