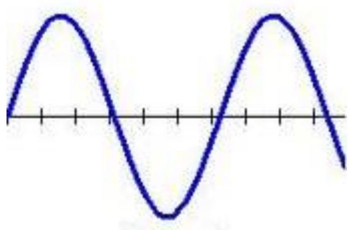
Chapitre 4 - Signal sinusoïdal

La courbe représentative d'une fonction définie sur $\mathbb{R}$, par une expression du type $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$ est appelée

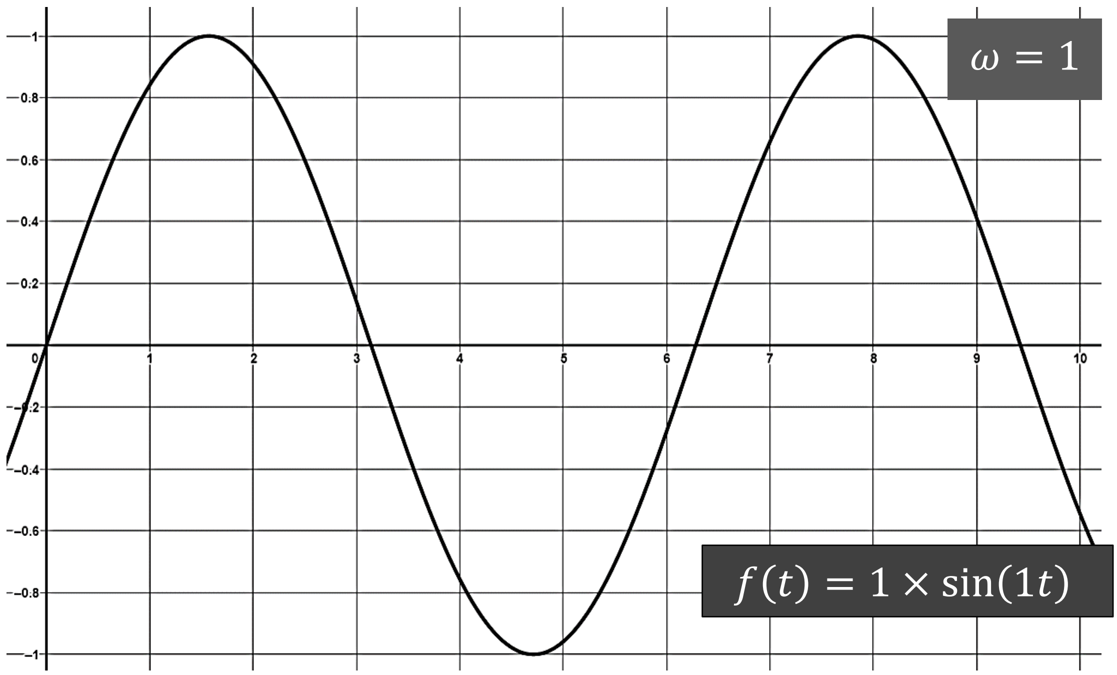


Ce type de fonctions permet de modéliser de nombreux phénomènes physiques, tels que :

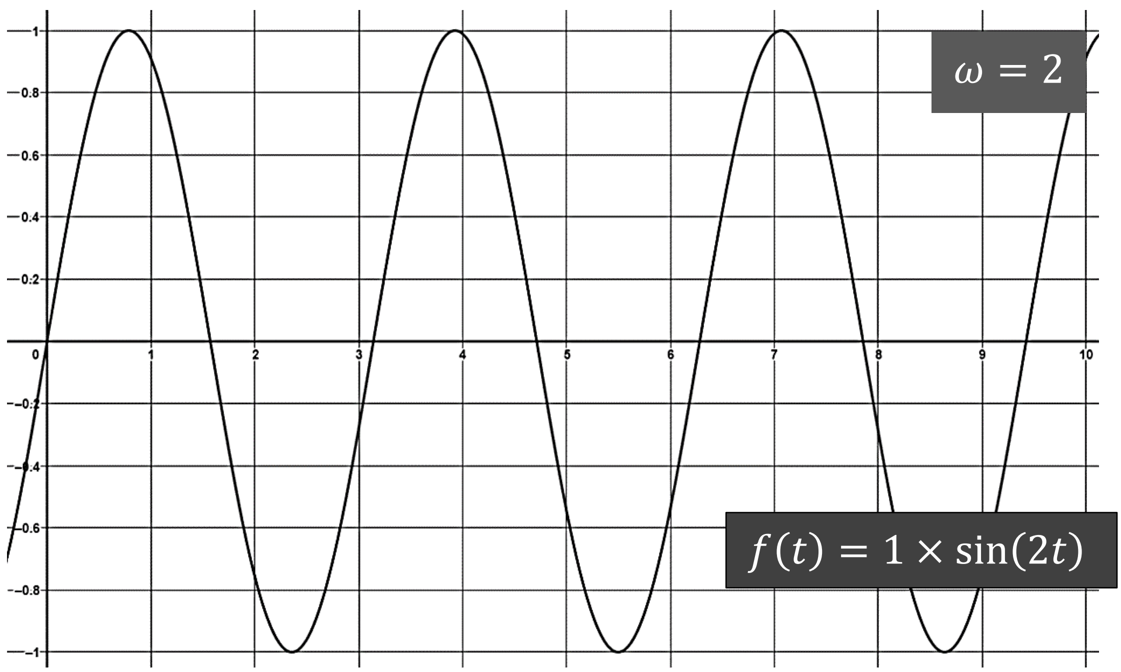
- les courants électriques alternatifs,
- la propagation des ondes,
- le mouvement vibratoire d'une structure, etc …

On voit dans ce chapitre, les principales caractéristiques de ces fonctions.

1- Importance de la pulsation ω et periodicite :



Période : $T = \frac{2\pi}{\omega}$



Période : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

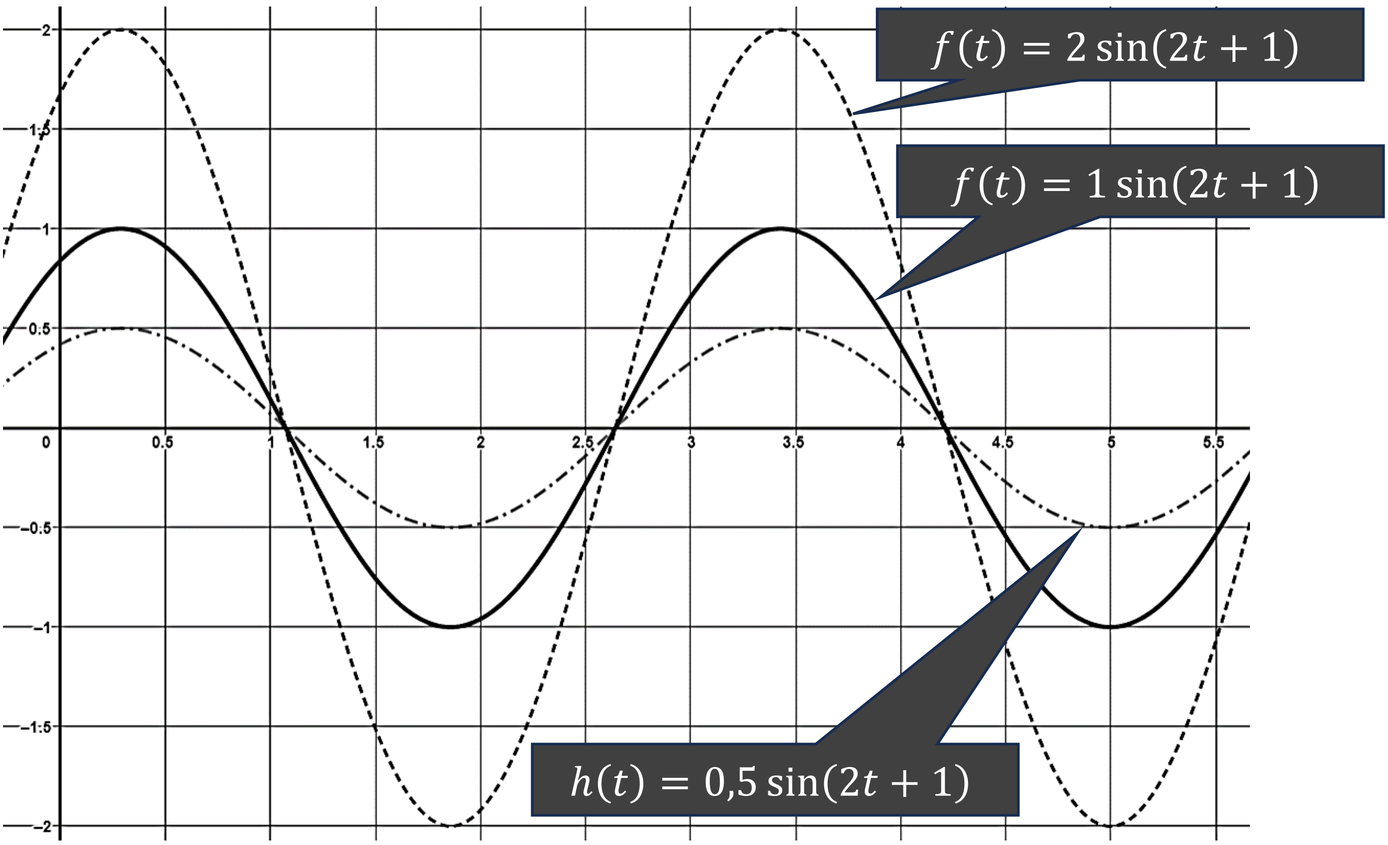
Point Cours : Soit une fonction sinusoïdale du type $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$.

- f est une fonction périodique, de période T : $f(t+T) = f(t)$
- La période T est définie par la relation : $T = \frac{2\,\pi}{\omega}$
- Le nombre ω est appelé « pulsation » :

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T}$$

- La fréquence est notée f et est définie par $f = \frac{1}{T}$. L'unité est le Hz.

2- Importance de l'amplitude A :



Comme pour toute valeur de t, on a toujours :

On a donc :

Point Cours : Soit une fonction sinusoïdale du type $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$.

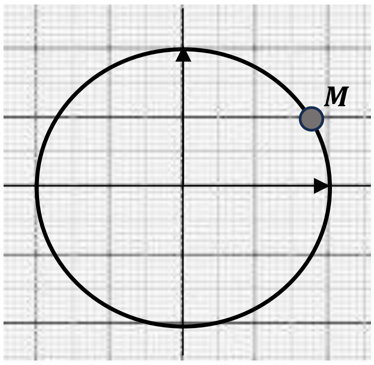
- Le nombre A est appelé « *amplitude du signal* »
- A est égal au maximum atteint par la fonction f .

3- IMPORTANCE DU DEPHASAGE φ :

a. PAR RAPPORT AU CERCLE TRIGONOMETRIQUE :

Soit les fonctions suivantes définies par :

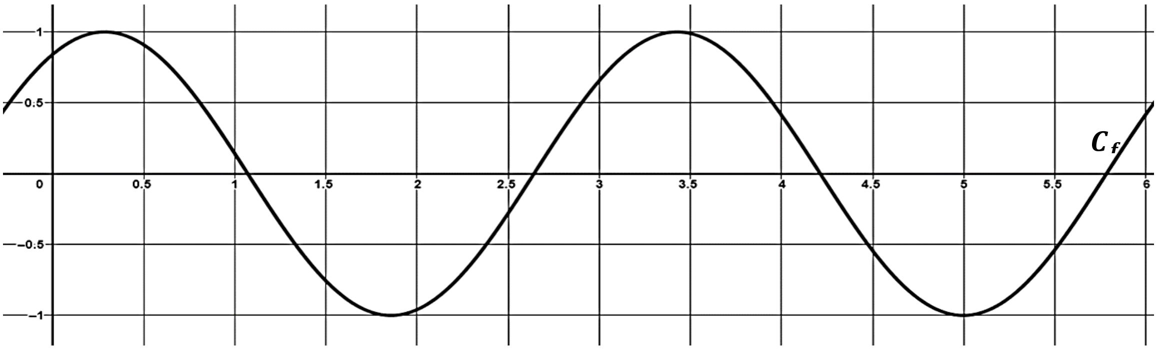
- $f(t) = 1 \times \sin(\omega t)$
- $g(t) = 1 \times \sin(\omega t + \pi)$
- $h(t) = 1 \times \sin(\omega t + 2\pi)$



Si l'angle ωt est repéré par le point M sur le cercle trigonométrique ci-dessus, on peut y repérer les points correspondants aux angles $\omega t + \pi$ et $\omega t + 2\pi$.

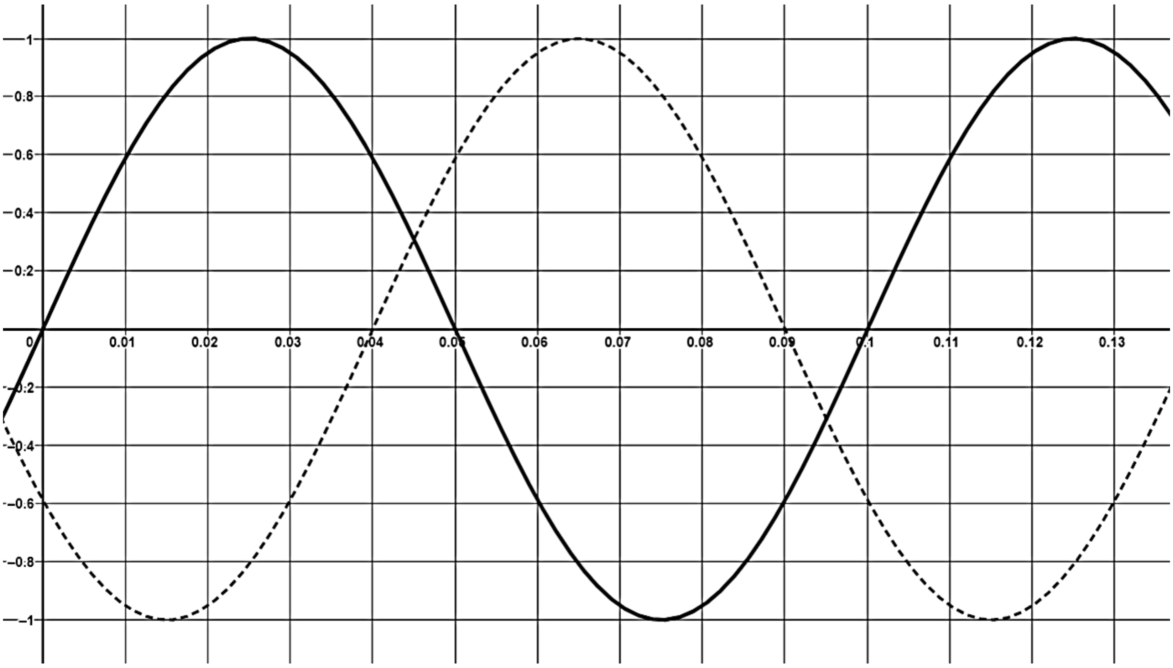
On peut en conclure que :

Ainsi, si la courbe représentative de f est celle donnée ci-dessous, on peut y tracer par déduction, les courbes représentatives des fonctions g et h :



b. PAR RAPPORT AUX COURBES EN FONCTIONS DU TEMPS :

Soit les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 1\sin(62{,}8\,t)$ et $g(t) = 1\sin(62{,}8\,t - 0{,}4 \times 2\pi)$ et dont les courbes représentatives sont données ci-dessous :



⇨ La période T de ces fonctions est :

⇨ La courbe représentative de g est identique à celle de f, mais en RETARD d'un intervalle de temps Δt . On lit graphiquement que :

⇨ Le rapport $\frac{\Delta t}{T}$ est égal à :

On constate ainsi que la courbe représentative de g est décalée d'un rapport de $\frac{\Delta t}{t}$ période vers la droite.

Point Cours : Soit une fonction sinusoïdale définie par $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$.

- φ est appelé le déphasage. Il est exprimé en radians.
- La courbe représentative de f est identique à celle de la fonction définie par $A\sin(\omega t)$, mais décalée vers la droite ou la gauche :
    - Si φ est positif, f est en AVANCE et le décalage est vers la gauche
    - Si φ est négatif, f est en RETARD et le décalage est vers la droite
- Si la période est de T secondes et le décalage entre les courbes, de Δt secondes, on a la relation suivante : $\varphi = \pm\frac{\Delta t}{T} \times 2\,\pi$

c. COMMENT A PARTIR D'UNE COURBE SINUSOÏDALE, DETERMINER L'EXPRESSION $\boldsymbol{f(t) = A\,sin(\omega t + \varphi)}$ DE LA FONCTION ?

Amplitude A :

Période T :

Pulsation ω :

Décalage relatif $\frac{\Delta t}{T}$:

Déphasage φ :