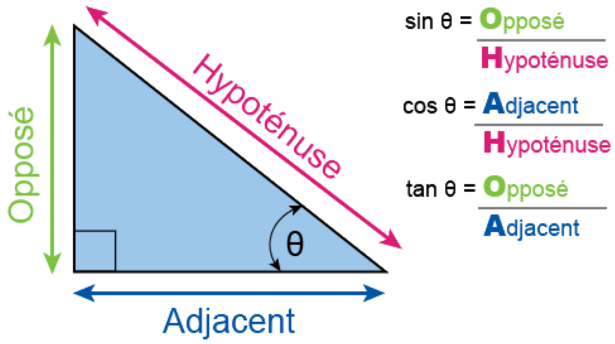
Chapitre 3 - Trigonométrie

1- Cosinus et du sinus d'un angle dans un triangle rectangle :

Historiquement, les cosinus, sinus et tangente d'un angle ont été définis de la manière suivante :



Comme la longueur de l'hypoténuse est toujours supérieure à celles des côtés opposés ou adjacents, on peut en déduire que $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont toujours inférieurs à 1.

D'autre part, si on calcule : $\left(\cos(\theta)\right)^2 + \left(\sin(\theta)\right)^2$

On obtient : $\left(\frac{Adjacent}{Hypoténuse}\right)^2 + \left(\frac{Opposé}{Hypoténuse}\right)^2$

Ce qui donne : $\frac{Adjacent^2 + \ Opposé^2}{Hypoténuse^2}$

D'après le théorème de Pythagore : $Adjacent^2 + Opposé^2 = \ \ Hypoténuse^2$

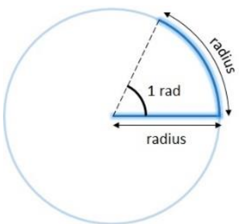
On a donc finalement : $\left(\cos(\theta)\right)^2 + \left(\sin(\theta)\right)^2 = \frac{Hypoténuse^2}{Hypoténuse^2} = 1$

Point Cours :

- $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont toujours inférieurs à 1
- $\cos(\theta)^2 + \ \sin(\theta)^2 \ = \ 1$

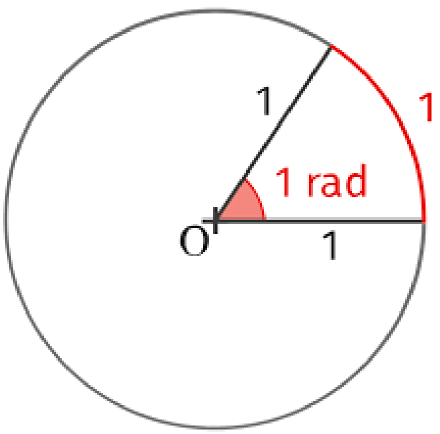
2- Unites des angles :

Depuis l'antiquité, l'unité utilisée pour mesurer des angles était le ***degré***. Ce n'est qu'à la fin du 19ième siècle que l'on utilise le ***radian***. Cette nouvelle unité est impérative lorsque l'on dérive ou intègre les fonctions cosinus et sinus. On l'utilise ainsi en sciences physiques.



Un angle de 1 radian est obtenu en enroulant sur un cercle une longueur égale à son rayon.

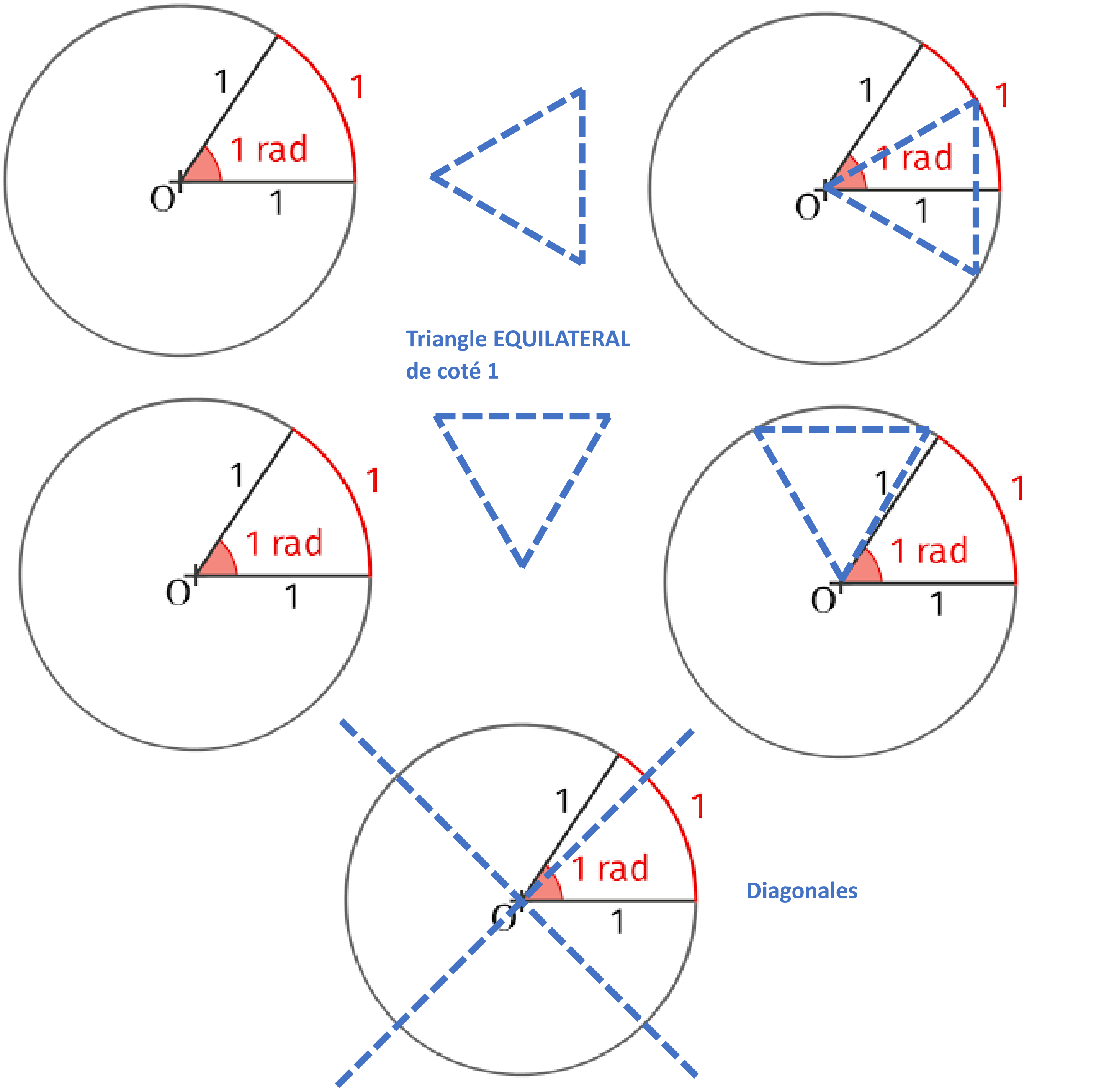
Si on raisonne sur un cercle dont le rayon est égal à 1, on obtient 1 radian en enroulant une longueur de 1 sur le cercle.



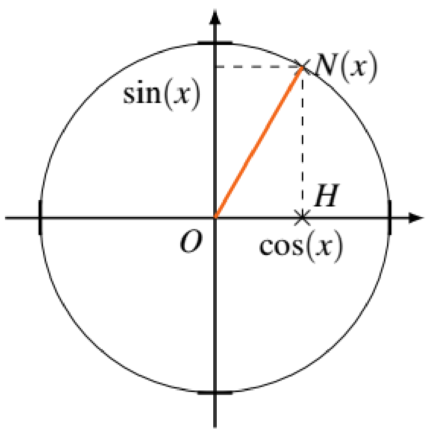
Point Cours :
- Un cercle de rayon 1, centré sur l'origine d'un repère est appelé **CERCLE TRIGONOMETRIQUE**
- Le périmètre d'un cercle trigonométrique est égal à 2π

3- ANGLES REMARQUABLES :

Les angles en radians ne sont pas nécessairement compris entre 0° et 90°. Un angle θ en radians pourra prendre n'importe quelle valeur réelle : $\theta \in]-\infty\ ;\ +\infty[$. Parmi toutes ces valeurs possibles, certaines sont dites remarquables. Elles correspondent aux équivalents en degrés des angles 0°, 30°, 60° et 90°.



4- COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE SUR UN CERCLE TRIGONOMETRIQUE :

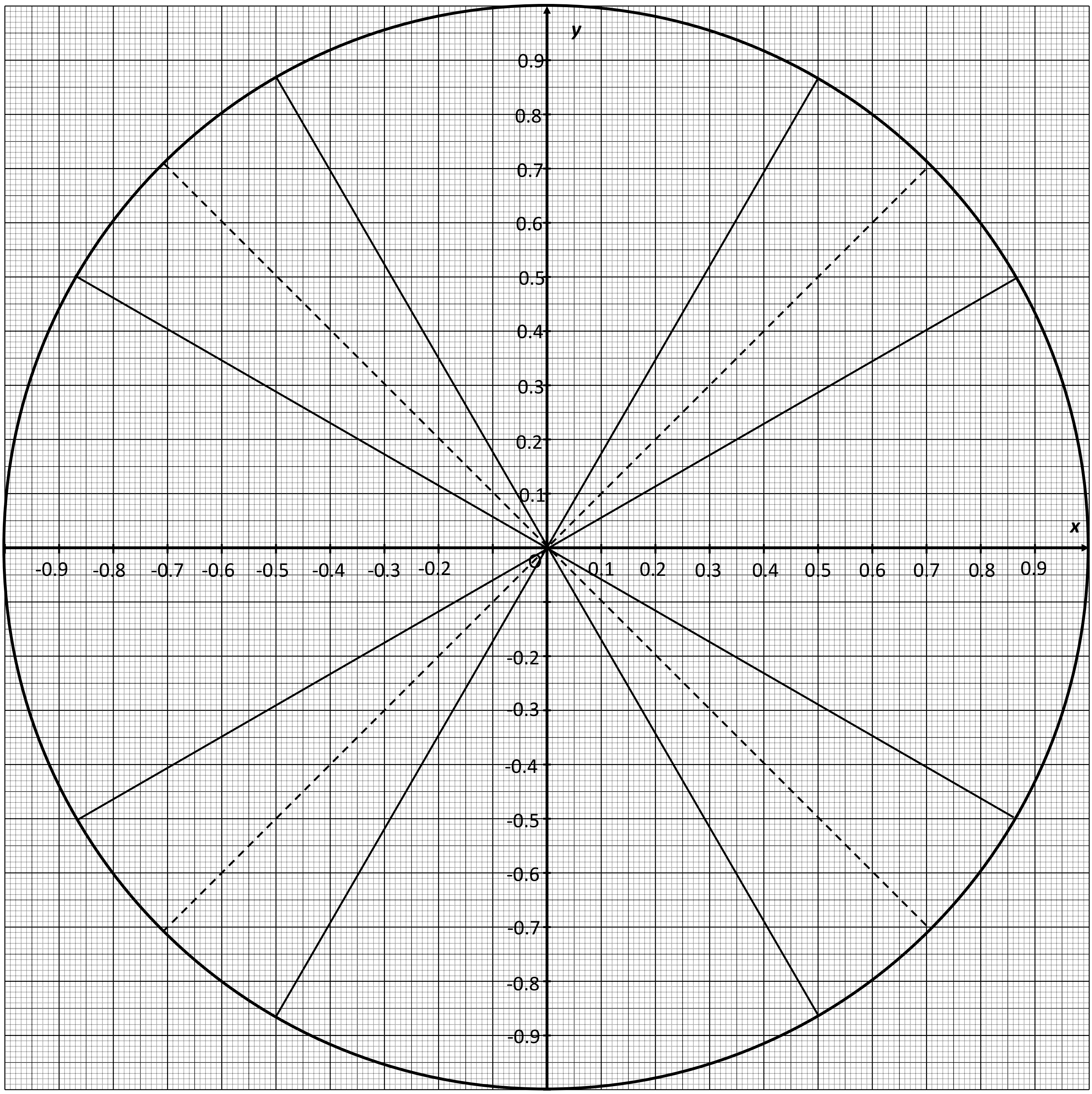


Point Cours :

Soit un point N du cercle trigonométrique repéré par un angle noté x et exprimé en radians :

- $\cos\,(x)$ prend la valeur de l'abscisse de ce point,
- $\sin\,(x)$ prend la valeur de l'ordonnée de ce point.

5- COSINUS ET SINUS DES ANGLES REMARQUABLES :



Angle θ en °	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Angle θ en *rad*									
cos (θ)									
sin (θ)									

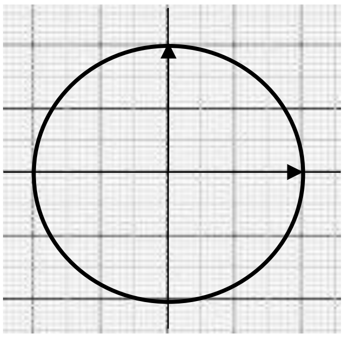
Point Cours : On doit toujours avoir $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$. Ainsi :

- si $\cos(x) = 1$ alors $\sin(x) = 0$ car $1^2 + 0^2 = 1$
- si $\cos(x) = \frac{1}{2}$ alors $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ car $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$
- si $\cos(x) = \sin(x)$ alors $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ car $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

6- Mesure principale d'un angle :

Point Cours : La mesure principale d'un angle θ est celle qui repère le même point sur le cercle trigonométrique, mais avec une valeur comprise entre $-\pi$ et π .

Exemple : Mesure principale de l'angle $\frac{35\,\pi}{2}$



$$\frac{35\,\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \frac{36\,\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 9 \times 2\pi$$

Ainsi les angles $\frac{35\,\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ repèrent le même point sur le cercle trigonométrique. La mesure principale de $\frac{35\,\pi}{2}$ est donc $-\frac{\pi}{2}$.

7- Egalites a connaitre :