Chapitre 5 Nombres complexes : *forme algébrique*

1- ENSEMBLE DES NOMBRES COMPLEXES :

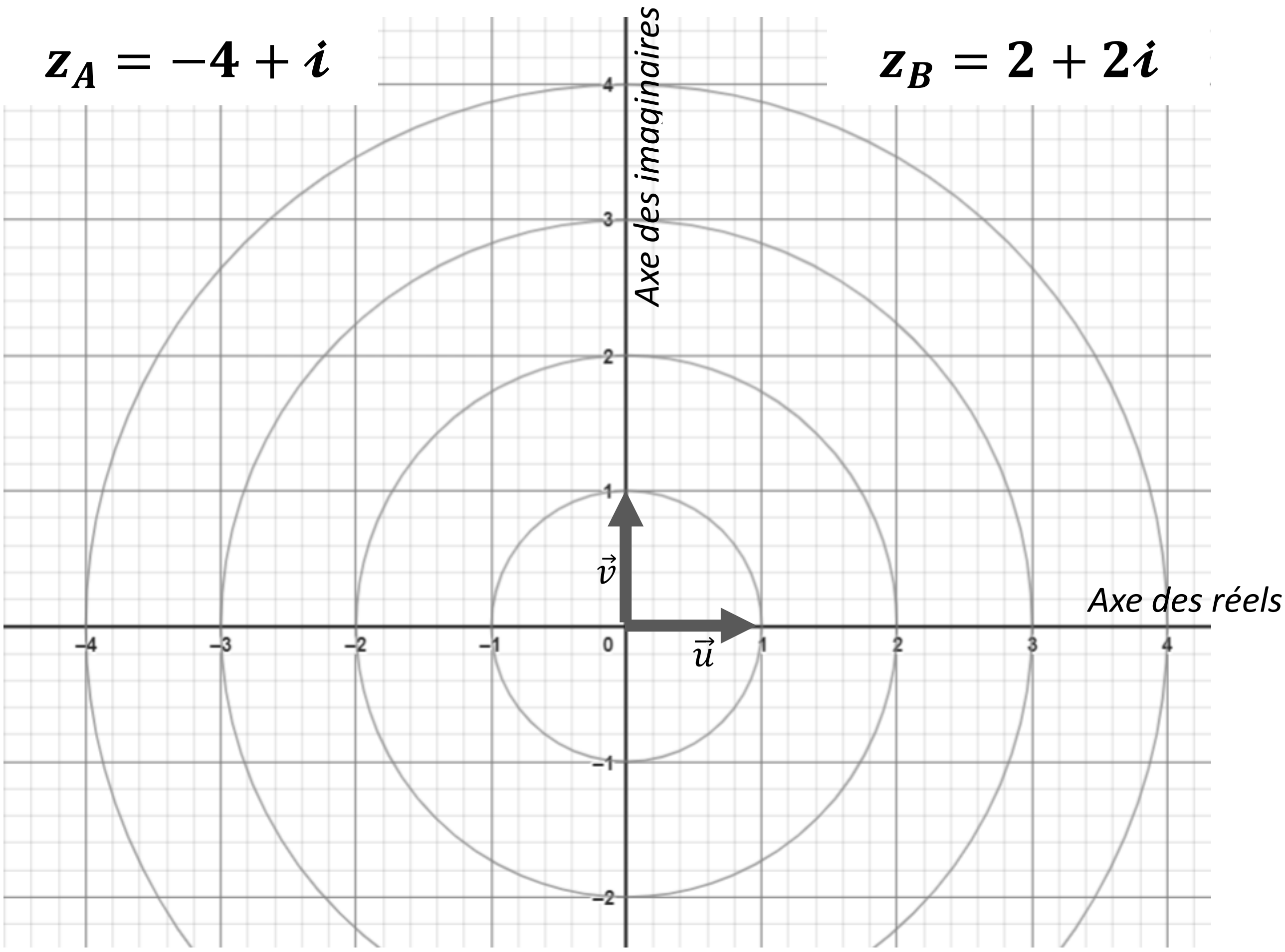
L'ensemble des nombres complexes est noté . Il contient le nombre i qui vérifie la relation :

2- EXEMPLE DE 2 NOMBRES COMPLEXES : $z_A = -4 + i$ et $z_B = 2 + 2i$

- Ces nombres sont nommés ici z_A et z_B
- z_A et z_B sont définis ici sous leur forme ALGEBRIQUE qui est du type $z = a + b\,i$, les nombres a et b étant des réels. Le nombre réel de a est appelé la partie réelle du nombre complexe, b est appelé sa partie imaginaire :

$z_A = -4 + i$	$z_B = 2 + 2i$

- On associe à ces nombres complexes un point ou un vecteur dans un repère orthonormé $(O\,,\vec{u}\,,\vec{v})$:



- Dans cette association, le vocabulaire utilisé pour faire la passerelle entre le nombre complexe et son point ou son vecteur associés, est le suivant :

  - Le nombre complexe $z_A = -4 + i$ est du point A de coordonnées $A(-4\,;1)$
  - Le nombre complexe $z_A = -4 + i$ est du vecteur $\overrightarrow{OA}$ de coordonnées $\overrightarrow{OA}\,(-4\,;1)$
  - Le point A est du nombre complexe $z_A = -4 + i$
  - Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est du nombre complexe $z_A = -4 + i$

- Pour repérer les vecteurs, on peut utiliser un repérage que l'on appelle

  .

  - Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ peut être repéré par l'angle $\theta_A = \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OA}}\right)$ et par la distance OA .
  - Le vecteur $\overrightarrow{OB}$ peut être repéré par l'angle $\theta_B = \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OB}}\right)$ et par la distance OB .

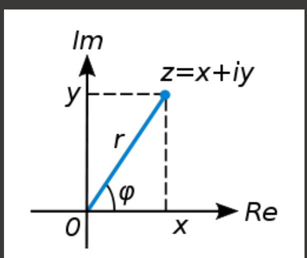
- Dans ce repérage polaire, le vocabulaire utilisé pour définir la distance et l'angle est le suivant :
  - La distance OA est appelée du nombre complexe $z_A = -4 + i$
  - L'angle $\theta_A = \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OA}}\right)$ est appelé du nombre complexe $z_A = -4 + i$

Point Cours :

- L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$
- $i \in \mathbb{C}$ et $i^2 = -1$
- La forme ALGEBRIQUE d'un nombre complexe s'écrit sous la forme

$$\boldsymbol{z = a + b\,i}$$

a et b sont des nombres réels appelés PARTIE REELLE et PARTIE IMAGINAIRE du nombre complexe z .



- Le nombre complexe z est associé à un point et à un vecteur du plan. Ce sont les point et vecteur IMAGES du nombre complexe z. Le nombre complexe z est l'AFFIXE de ce point ou de ce vecteur.
- Le vecteur peut être défini par une distance et un angle. Cette distance est appelée le MODULE du nombre complexe z. L'angle est appelé l'ARGUMENT. Il est exprimé en degrés ou en radians.

3- UTILITE DES NOMBRES COMPLEXES :

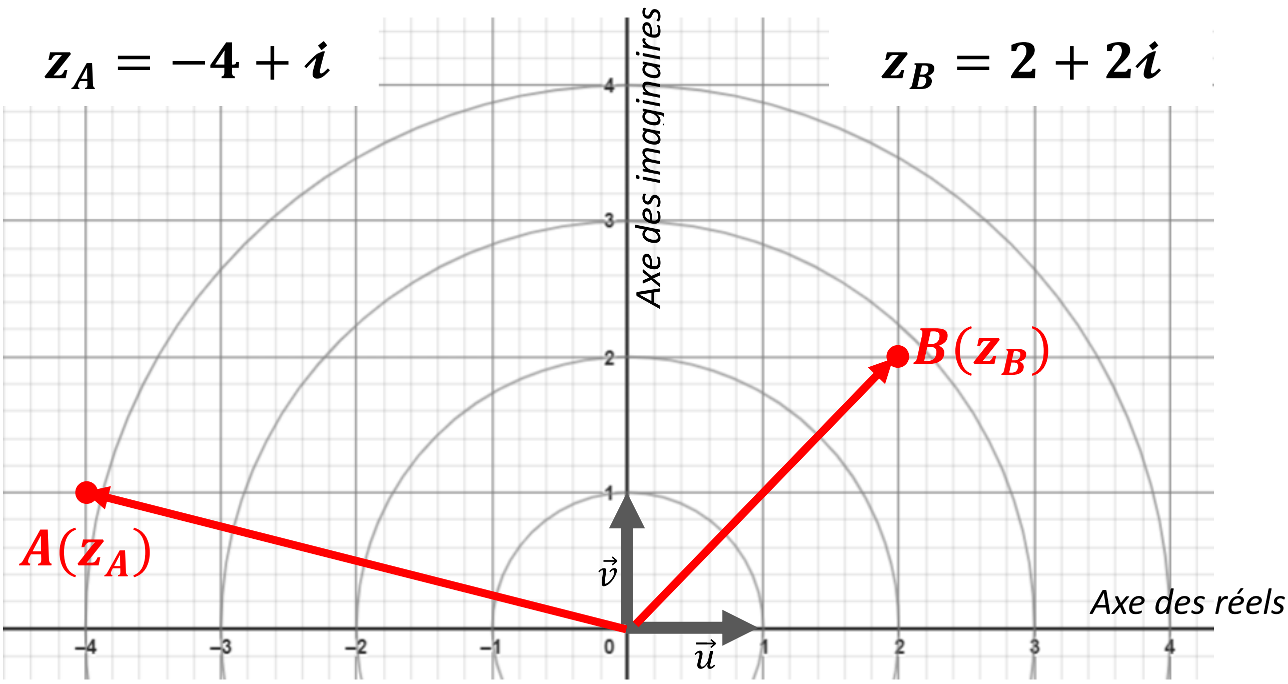
Le gros intérêt d'un nombre complexe est qu'il peut contenir dans une même entité, 2 informations : la partie réelle et la partie imaginaire ou le module et l'argument. Comme pour les nombres classiques de la famille des réels, on pourra additionner, multiplier, diviser les nombres complexes.
Ces nombres sont principalement utilisés en physique, pour décrire les signaux sinusoïdaux. Le module du nombre complexe représentera l'amplitude d'un signal sinusoïdal, l'argument représentera son déphasage. En réalisant des opérations sur les nombres complexes, on pourra en fait réaliser ces opérations sur les signaux modélisés.

4- OPERATIONS EN FORME ALGEBRIQUE :

a. ADDITION : $z_A = -4 + i$ et $z_B = 2 + 2i$

Point Cours :

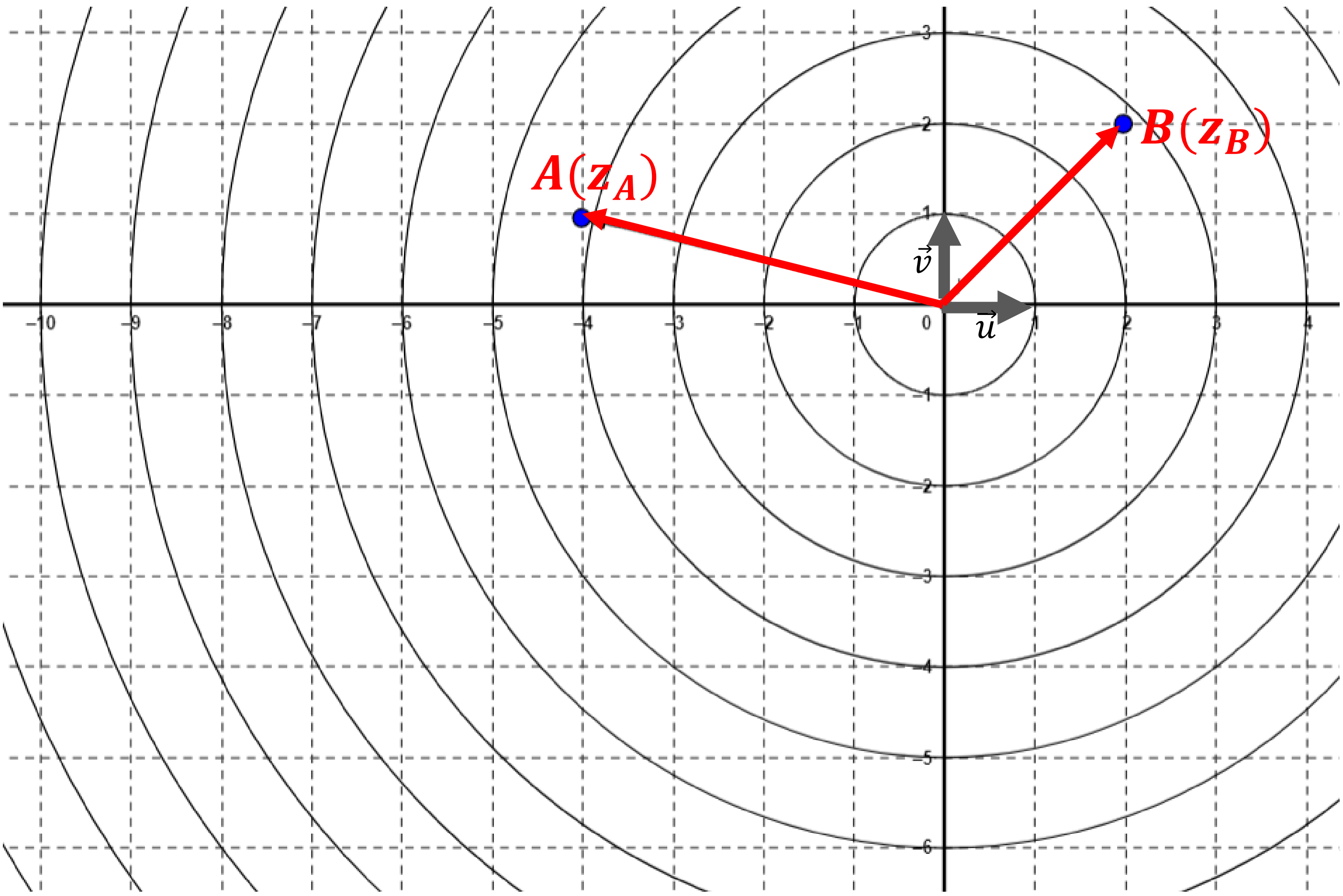
Pour ADDITIONNER 2 nombres complexes, on additionne les parties réelles et les parties imaginaires.



b. MULTIPLICATION : $z_A = -4 + i$ et $z_B = 2 + 2i$

Point Cours :

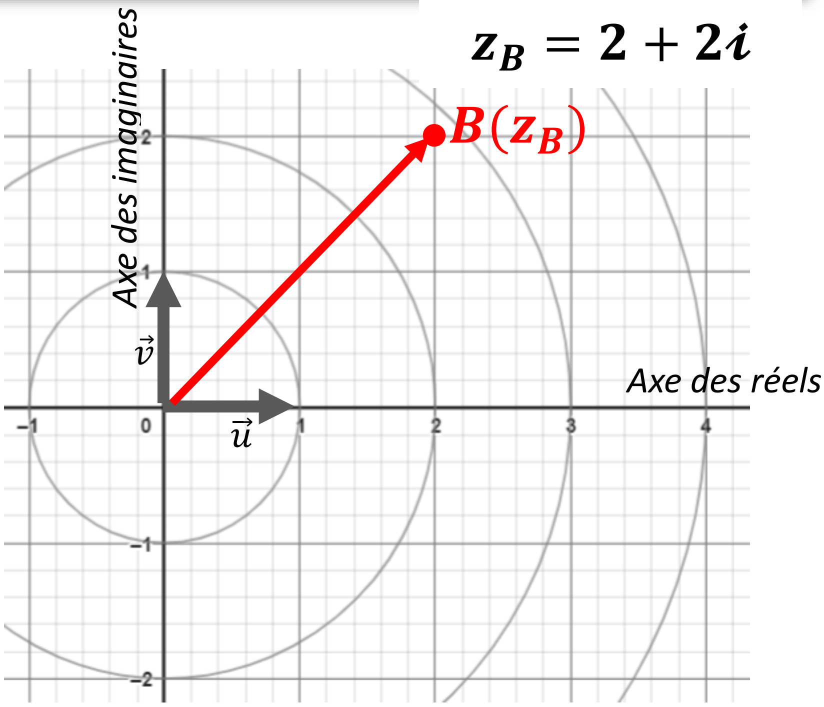
Pour MULTIPLIER 2 nombres complexes, on réalise une double distributivité et on utilise le fait que $i^2 = -1$



c. CONJUGUE D'UN NOMBRE COMPLEXE : $z_B = 2 + 2i$

Point Cours :

Le CONJUGUE d'un nombre complexe z défini sous forme algébrique par $z = a + b\,i$, est un nombre complexe noté $\bar{z}$ et défini sous forme algébrique par $\bar{z} = a + (-b)\,i$



d. PROPRIETE SUR LE CONJUGUE :

$z_B = 2 + 2i$ $\qquad$ $\overline{z_B} = 2 - 2i$	$z = a + b\,i$ $\qquad$ $\bar{z} = a - bi$

Point Cours :

Si $z = a + b\,i$ alors le produit $z \times \bar{z}$ donne toujours :

$z\,\bar{z} = a^2 + b^2$. $z\,\bar{z}$ est touiours un nombre réel.

e. <u>DIVISION :</u> $z_A = -4 + i$ et $z_B = 2 + 2i$

Point Cours :

Pour diviser un nombre complexe z_A par un nombre complexe z_B , on écrit la fraction $\frac{z_A}{z_B}$ et on la transforme en multipliant numérateur et dénominateur par $\overline{z_B}$. Cette action permet de rendre le dénominateur réel (partie imaginaire nulle).