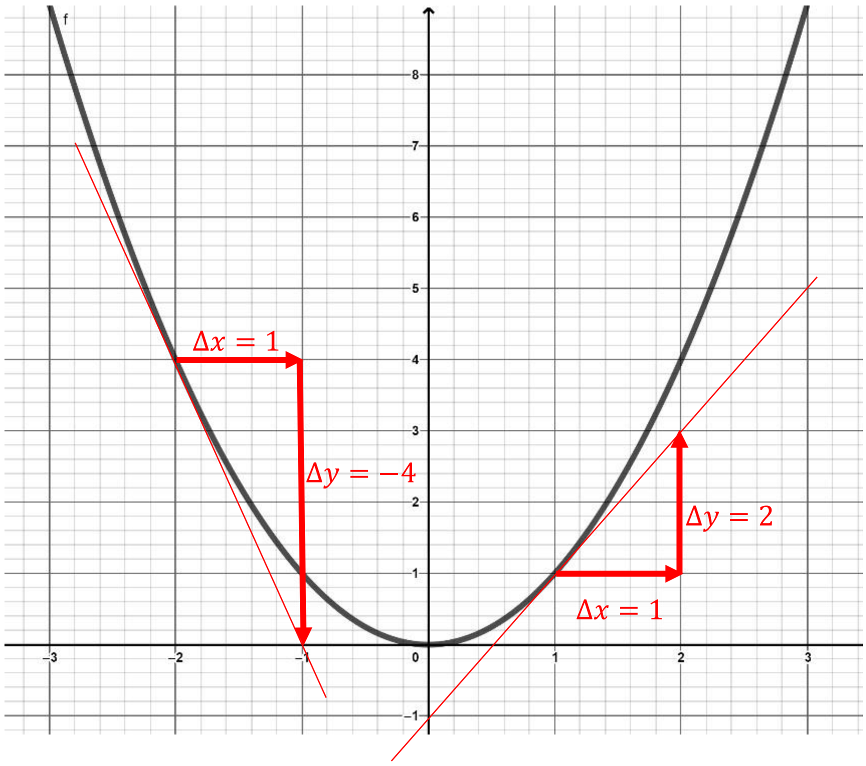
TD – BTS

DERIVATION fonctions polynômes

Exercice 1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-contre :



1- Calculer le taux d'accroissement : $\frac{df(x=1)}{dx} = \frac{f(1{,}01)-f(1)}{0{,}01}$

$\frac{f(1{,}01)-f(1)}{0.01} = \frac{1.01^2-1^2}{0.01}$

$= \frac{1{,}0201-1}{0{,}01}$

$= \frac{0{,}0201}{0{,}01}$

$= 2{,}01$

2- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.

$f'(x) = 2x$

3- Calculer $f'(1)$, $f'(-2)$ et $f'(0)$ en utilisant cette expression.

$f'(1) = 2 \times 1 = 2$

$f'(-2) = 2 \times (-2) = -4$

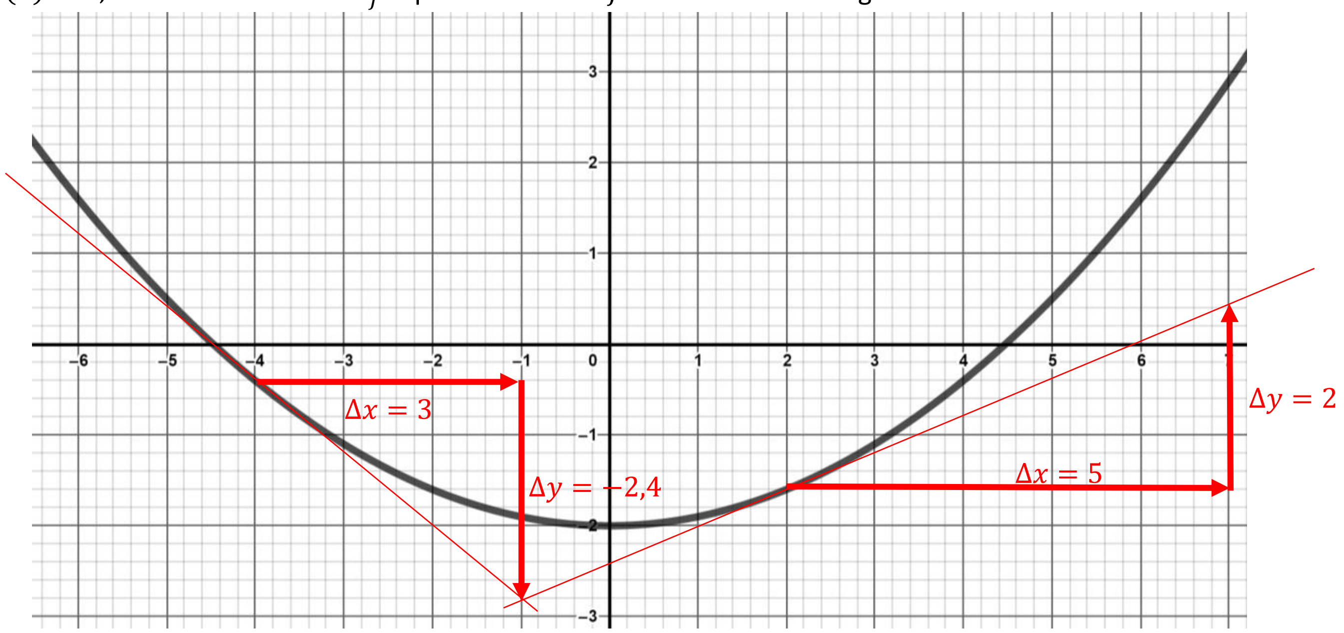
$f'(0) = 2 \times 0 = 0$

4- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = 1$, $x = 0$ et $x = -2$.

5- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = 1$.

$y = f'(1)(x - 1) + f(1) = 2(x - 1) + 12 = 2x - 2 + 1 = 2x - 1$

Exercice 2 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}1\, x^2 - 2$. La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-dessous :



1- Calculer le taux d'accroissement : $\frac{df(x=2)}{dx} = \frac{f(2.01)-f(2)}{0.01}$

$\frac{f(2.01)-f(2)}{0.01} = \frac{(0{,}1\times2{,}01^2-2)-(0{,}1\times2^2-2)}{0.01} = \frac{(-1{,}59599)-(-1{,}6)}{0.01} = \frac{-0{,}00401}{0.01} = 0{,}401$

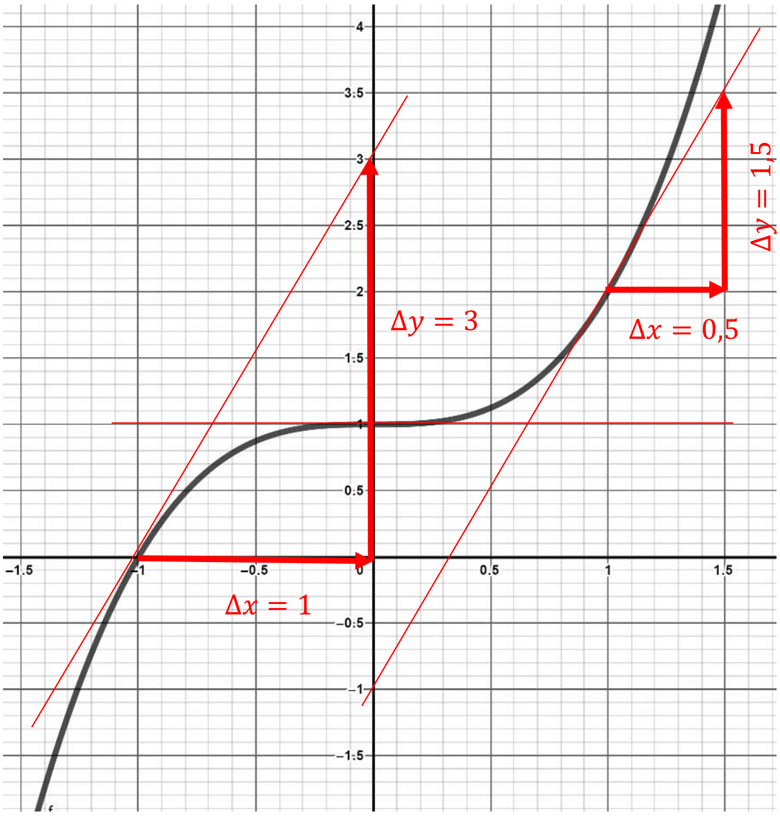
2- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.
$f'(x) = 0{,}1(2x) - 0 = 0{,}2\,x$

3- Calculer $f'(2)$, $f'(-4)$ et $f'(0)$ en utilisant cette expression. Comparer la valeur de $f'(2)$ avec le résultat de la question 2.
$f'(2) = 0{,}2 \times 2 = 0{,}4$; $f'(-4) = 0{,}2 \times (-4) = -0{,}8$; $f'(0) = 0{,}2 \times 0 = 0$

4- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = 2$, $x = 0$ et $x = -4$.

5- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = 2$.
$y = f'(2)(x - 2) + f(2) = 0{,}4(x - 2) + (0{,}1 \times 22 - 2) = 0{,}4x - 0{,}8 - 1{,}6 = 0{,}4x - 2{,}4$

Exercice 3 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = x^3 + 1$. La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-dessous :



1- Calculer le taux d'accroissement :
$\frac{df(x=1)}{dx} = \frac{f(1.01)-f(1)}{0.01}$
$\frac{f(1{,}01)-f(1)}{0.01} = \frac{(1.01^3+1)-(1^3+1)}{0.01}$
$= \frac{2{,}030301-2}{0{,}01}$
$= \frac{0{,}030301}{0{,}01}$
$= 3{,}0301$

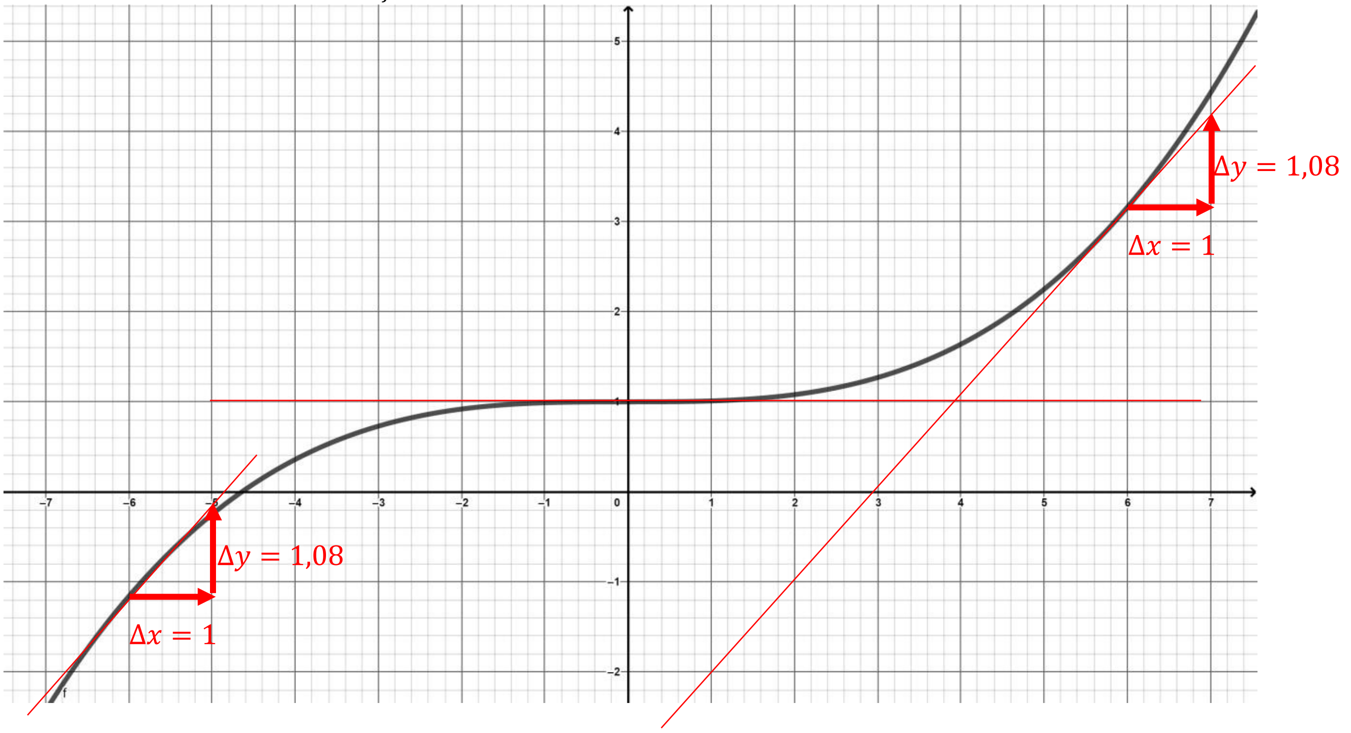
2- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.
$f'(x) = 3x2 + 0 = 3x^2$

3- Calculer $f'(1)$, $f'(-1)$ et $f'(0)$ en utilisant cette expression.
$f'(1) = 3 \times 12 = 3$
$f'(-1) = 3 \times (-1)^2 = 3$
$f'(0) = 3 \times 0^2 = 0$

4- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = 1$, $x = 0$ et $x = -1$.

5- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = 1$.
$y = f'(1)(x - 1) + f(1) = 3(x - 1) + (1^3 + 1) = 3x - 3 + 2 = 3x - 1$

Exercice 4 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 0{,}01x^3 + 1$. La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-dessous :



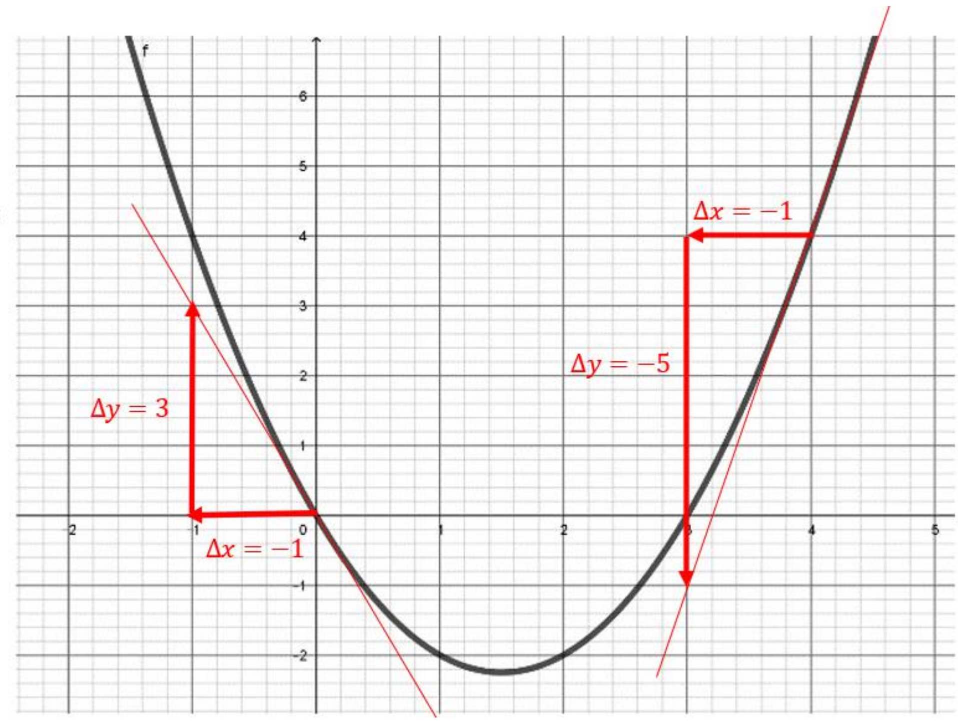
1- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.
$f'(x) = 0{,}01(3x^2) + 0 = 0{,}03\,x^2$

2- Calculer $f'(6)$, $f'(-6)$ et $f'(0)$ en utilisant cette expression.
$f'(6) = 0{,}03 \times 6^2 = 1{,}08$; $f'(-6) = 0{,}03 \times (-6)^2 = 1{,}08$; $f'(0) = 0{,}03 \times 0 = 0$

3- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = 6$, $x = 0$ et $x = -6$.

4- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = 6$.
$y = f'(6)(x - 6) + f(6) = 1{,}08(x - 6) + (0{,}01 \times 6^3 + 1) = 1{,}08x - 6{,}48 + 3{,}16 = 1{,}08x - 3{,}32$

Exercice 5 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x$. La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-contre :



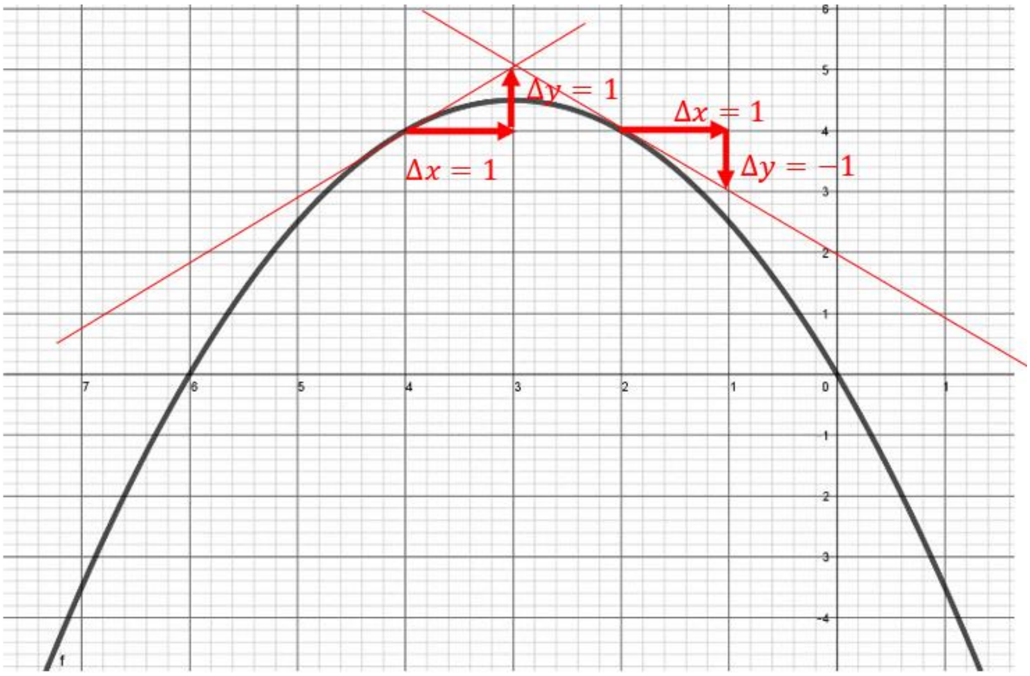
1- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.
$f'(x) = 2x - 3$

2- Calculer $f'(0)$ et $f'(4)$ en utilisant cette expression.
$f'(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$
$f'(4) = 2 \times 4 - 3 = 5$

3- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = 0$ et $x = 4$.

4- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = 4$.
$y = f'(4)(x - 4) + f(4) = 5(x - 4) + (42 - 3 \times 4) = 5x - 20 + 4 = 5x - 16$

Exercice 6 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ pa $f(x) = -0{,}5x^2 - 3x$ r . La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-dessous :



1- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.

$f'(x) = -0{,}5 \times (2x) - 3 \times 1$
$= -x - 3$

2- Calculer $f'(-2)$ et $f'(-4)$ en utilisant cette expression.

$f'(-2) = -(-2) - 3 = -1$

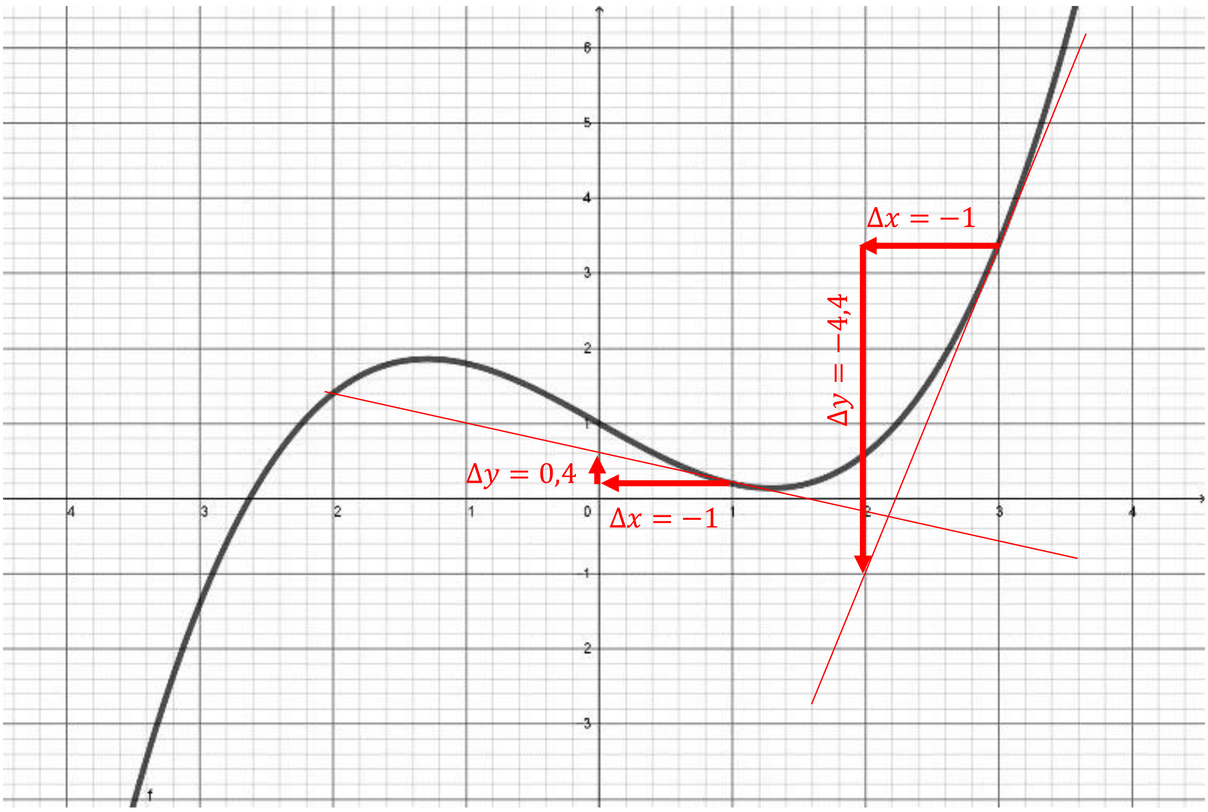
$f'(-4) = -(-4) - 3 = +1$

3- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = -2$ et $x = -4$.

4- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = -2$.

$y = f'(-2)(x - (-2)) + f(-2) = -(x + 2) + (-0{,}5 \times (-2)2 - 3 \times (-2)) = -x - 2 + 4 = -x + 2$

Exercice 7 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 0.2\,x^3 - x + 1$. La courbe C_f représentative de f est donnée sur la figure ci-dessous :



1- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée en utilisant les propriétés du cours.

$f'(x) = 0{,}2(3x^2) - 1 + 0 = 0{,}6x^2 - 1$

2- Calculer $f'(1)$ et $f'(3)$ en utilisant cette expression.

$f'(1) = 0{,}6 \times 12 - 1 = 0{,}6 - 1 = -0{,}4$

$f'(3) = 0{,}6 \times 32 - 1 = 5{,}4 - 1 = 4{,}4$

3- Utiliser ces résultats pour tracer sur la figure ci-contre, la droite tangente à C_f aux points d'abscisse $x = 1$ et $x = 3$.

4- Donner l'équation de la droite tangente au point de C_f d'abscisse $a = 1$.

$y = f'(1)(x - 1) + f(1) = -0{,}4(x - 1) + (0{,}2 \times 1^3 - 1 + 1) = -0{,}4x + 0{,}4 + 0{,}2 = -0{,}4x + 0{,}6$

Exercice 8 : Donner l'expression $f'(x)$ de la dérivée des fonctions f suivantes, définies sur $\mathbb{R}$:

1- $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 5x + 2$

$f'(x) = \frac{2}{3}(2x) - 5 \times 1 + 0 = \frac{4}{3}x - 5$

2- $f(x) = 6x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 10x + 2019$

$f'(x) = 6(4x^3) - 3(3x^2) + 8 \times (2x) - 10 \times 1 + 0$

$= 24x^3 - 9x^2 + 16x - 10$

3 - $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

$f'(x) = \frac{1}{2} \times 2x = x$

4 - $f(x) = \frac{1}{5}x^5$

$f'(x) = \frac{1}{5} \times 5x^4 = x^4$