Coanim - Dérivation de fonctions avec Python

On se propose dans ce chapitre de créer une fonction qui permette de calculer les nombres dérivés pour une fonction mathématique f quelconque. On utilise ensuite cette fonction pour tracer la courbe de la fonction dérivée.

Ce travail est noté. On demande de rédiger un compte-rendu au format *.doc* ou *.odt* . qui contiendra :

- les réponses aux différentes questions posées,
- les captures d'écran **des morceaux de codes** écrits **et** celles **des résultats des exécutions**. Pour faire ces captures, utiliser *l'Outil Capture d'écran* de Windows (touches clavier *windows+Shift+s*)

1- Script d'une fonction f et de sa derivee $f' = \frac{df}{dt}$:

⇨ Lancer Pyzo et ouvrir un Nouveau fichier à enregistrer sous le format prenomNom.py dans votre dossier de travail sur U:\ .

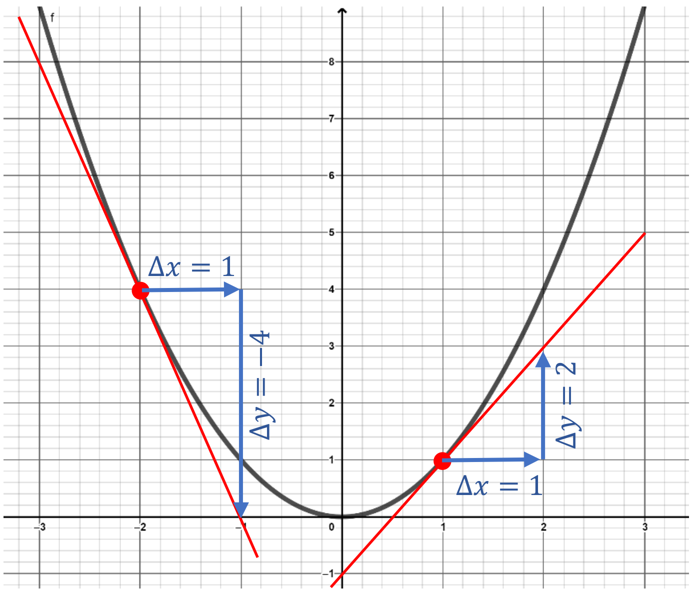
⇨ Ecrire le script d'une fonction nommée f qui prend en argument un nombre réel t et qui renvoie ce nombre au carré. Mathématiquement, on écrit $f: t \to f(t) = t^2$. En informatique, avec le langage python, cela devient :

```
def f(t) :
    return t**2
```

⇨ Ecrire le script d'une fonction nommée $fDerive$ qui prend en argument un nombre réel t et qui renvoie le nombre dérivé $f'(t) = \frac{df}{dt}(t)$. Mathématiquement, on écrit $f: t \to f'(t)$ ou $f: t \to \frac{df}{dt}(t)$. En informatique, avec le langage python, cela devient :

```
def fDerive(t) :
    dt = 0.00001
    df = f(t+dt)-f(t)
    return round(df/dt,4)
```

Remarque : comme on l'a vu en cours le fait de prendre un dt qui ne soit pas infiniment petit entraine une légère différence avec ce qu'il faudrait obtenir, si dt l'était. On gère ces petites différences en arrondissant le résultat de la division $\frac{df}{dt}$ à 10^{-4} près.



On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction carrée.

On lit par exemple :

$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \quad \text{et} \quad f(1) = 1^2 = 1$$

En traçant les droites tangentes aux points d'abscisses $t = -2$ et $t = 1$ on lit:

$$f'(-2) = -4 \quad \text{et} \quad f'(1) = 2 .$$

⇨ Exécuter le script comprenant les 2 fonctions f() et fDerive() en appuyant sur la touche F5 (Python lit le fichier). Exécuter dans la console :

```
>>> f(-2)
>>> fDerive(-2)
>>> f(1)
>>> fDerive(1)
```

et vérifier que l'on retrouve les valeurs précédentes (insérer une copie d'écran dans votre compte-rendu).

2- COURBE D'UNE FONCTION f :

On utilise le module pyplot de la bibliothèque python *matplotlib* qui permet de tracer des courbes quelconques. On décrit dans la suite comment l'utiliser

⇨ Dans la console, exécuter la ligne `>>> pip install matplotlib` . Cette commande collecte sur internet, les fichiers relatifs à cette bibliothèque. Ils sont installés automatiquement sur l'ordinateur.

⇨ On donne ci-contre le script d'une fonction nommée *trace()*. Elle prend en argument une autre fonction nommée *f* et d'une chaine de caractère. Son exécution permet de tracer la courbe passant par les points de coordonnées $(-3\,;f(-3))$, $(-2\,;f(-2))$, $(-1\,;f(-1))$, $(0\,;f(0))$, $(1\,;f(1))$, $(2\,;f(2))$, et $(3\,;f(3))$.

```python
def f(t) :
    return t**2

def fDerive(t) :
    dt = 0.00001
    df = f(t+dt)-f(t)
    return round(df/dt,4)

from matplotlib.pyplot import plot,grid,show,title

def trace(f,titre) :
    lx = [-3,-2,-1,0,1,2,3]
    ly = [f(-3),f(-2),f(-1),f(0),f(1),f(2),f(3)]
    plot(lx,ly,'r:x')
    grid(True)
    title(titre)
    show()

# Programme principal
trace(f,"fonction f")
trace(fDerive,"fonction dérivée f'")
```

On importe de la bibliothèque matplotlib les fonctions plot(), grid(), show() et title()

Les abscisses des points sont stockées dans une liste nommé ici lx

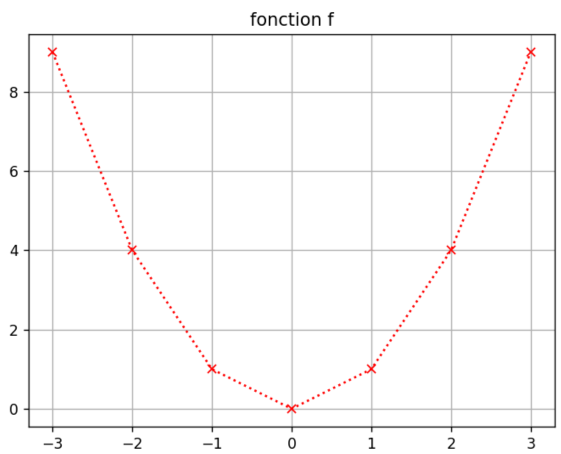
Les ordonnées des points sont stockées dans une liste nommée ici ly

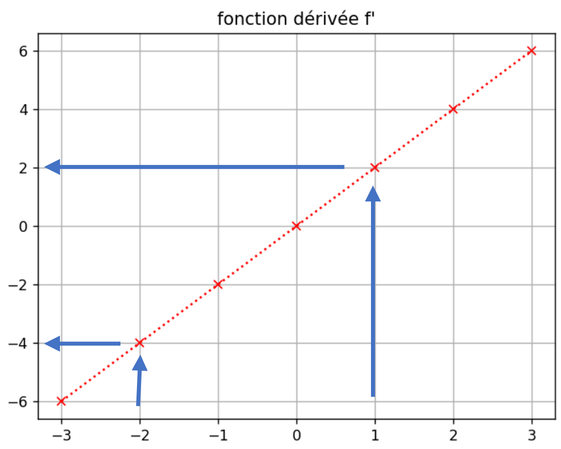
grid() : trace une grille sur le graphe
title() : écrit le titre indiqué
show() : affiche le graphe

plot() construit une courbe reliant les différents points dont les abscisses et ordonnées sont contenus dans les listes lx et ly

Exécute la fonction trace() pour la fonction f() et ensuite pour sa fonction dérivée

En exécutant ce code, la courbe ci-contre est affichée. En fermant cette fenêtre, la seconde courbe est affichée.





On retrouve sur la courbe de la fonction dérivée que $f'(-2) = -4$ et $f'(1) = 2$.

On a ici $f(t) = t^2$. La courbe de la fonction dérivée est ici une droite. On s'aperçoit que : $f(t) = 2\,t$

3- AMELIORATION DU CODE PRECEDENT :

On améliore le code de la fonction trace() afin de pouvoir facilement modifier la zone graphique à tracer :

```
def trace(f,titre,xmin = -10,xmax = 10,pas = 1) :
    lx = []
    ly = []
    x = xmin
    while x <= xmax :
        lx.append(x)
        ly.append(f(x))
        x = x + pas
    plot(lx,ly,'r:x')
    grid(True)
    title(titre)
    show()

# Programme principal
trace(f,"fonction f",xmin=-3,xmax=3)
trace(fDerive,"fonction dérivée f'",-3,3,1)
```

On crée des listes vides

On ajoute à chaque boucle, l'abscisse et l'ordonnée d'un point

On donne les valeurs de xmin, xmax et du pas. Si ces valeurs ne sont pas présentes, ce sont les valeurs par défaut qui sont utilisées.

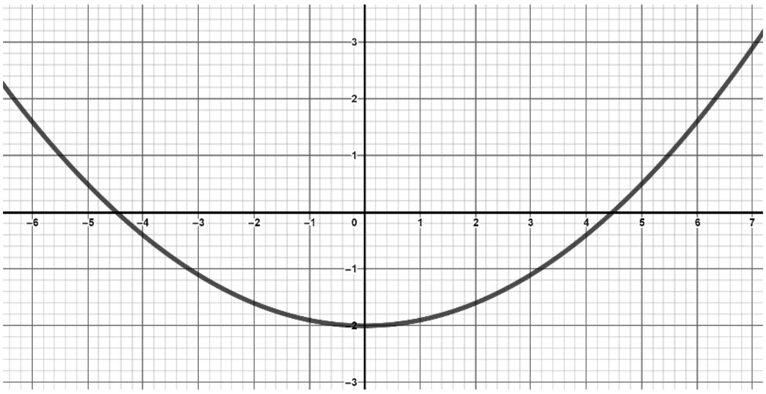
4- APPLICATION A D'AUTRES FONCTIONS f :

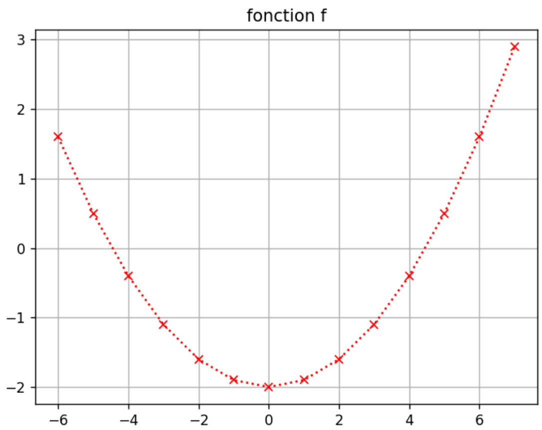
a. $f(t) = 0{,}1\ t^2 - 2$:

⇨ Modifier l'expression de la fonction $f(\,)$ et modifier les arguments des appels de la fonction trace() :

```
# Programme principal
trace(f,"fonction f",xmin=-6,xmax=7)
trace(fDerive,"fonction dérivée f'",-6,7)
```

afin d'obtenir la même courbe :



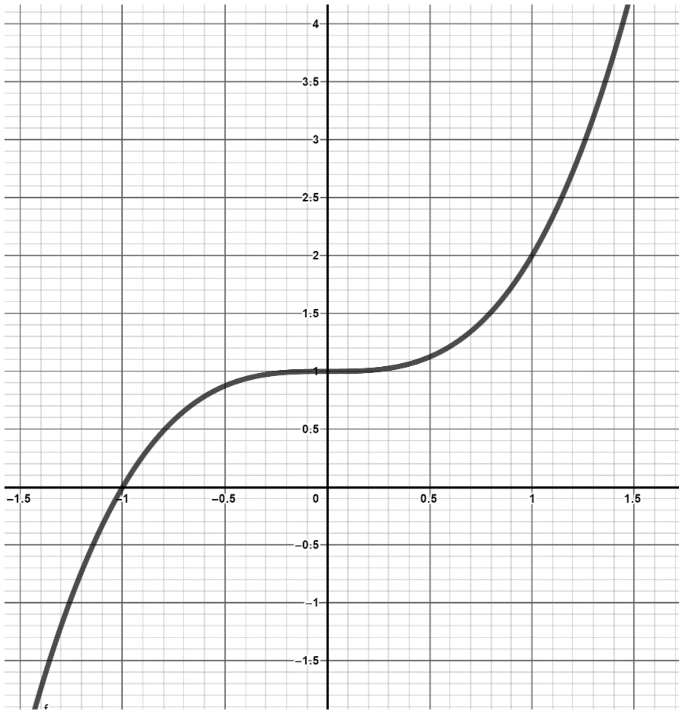


⇨ Copier-coller dans le compte-rendu, la courbe représentative de la fonction dérivée f' .

⇨ Cette courbe est une droite. Donner l'expression mathématique de la fonction $f'(t)$ en fonction de t.

b. $f(t) = t^3 + 1$:

⇨ Répondre aux mêmes questions pour la fonction définie par $f(t) = t^3 + 1$: tracé courbes de f et de f' avec la zone graphique donnée ci-contre. Copies d'écran dans compte-rendu et formule de $f'(t)$.



c. $f(t) = t^2 - 3t$:

⇨ Répondre aux mêmes questions pour la fonction définie par $f(t) = t^3 + 1$: tracé courbes de f et de f' avec la zone graphique donnée ci-contre. Copies d'écran dans compte-rendu et formule de $f'(t)$.