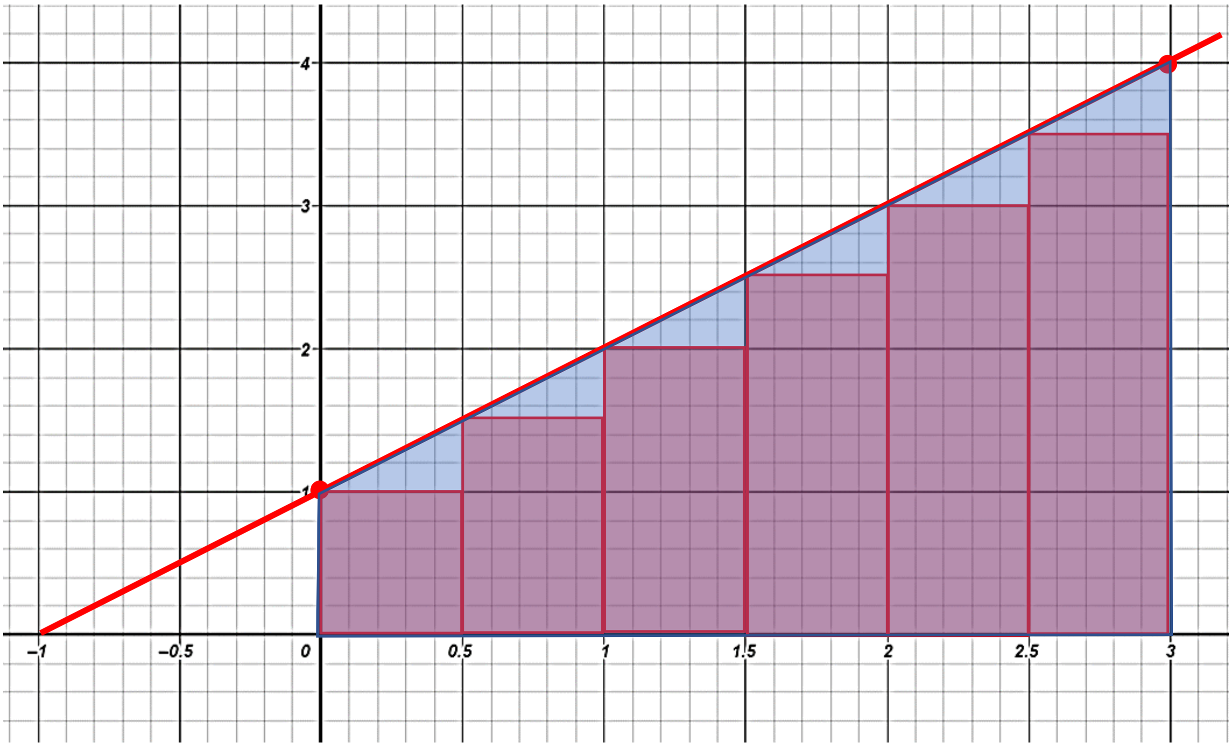
Exercice 1. : *Calcul d'aire*

1- Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction f définie pour $x \in [-1\,;3\,]$ par $f(x) = x + 1$



2- En décomposant l'aire du domaine entre la courbe et l'axe des abscisses en rectangles étroits de largeur $dx = 0{,}5$, calculer $\int_0^3 f(x)\ dx$. Tracer les rectangles sur le graphe ci-dessus.

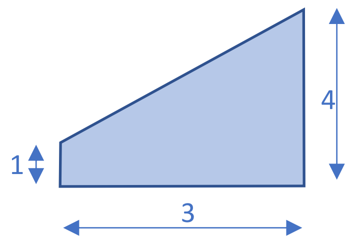
x	$f(x)$ *en m*	***aire***
0	$0 + 1 = 1$	$0{,}5$
$0{,}5$	$0{,}5 + 1 = 1{,}5$	$0{,}75$
1	$1 + 1 = 2$	1

x	$f(x)$ *en m*	***aire***
$1{,}5$	$1{,}5 + 1 = 2{,}5$	$1{,}25$
2	$2 + 1 = 3$	$1{,}5$
$2{,}5$	$2{,}5 + 1 = 3{,}5$	$1{,}75$
	TOTAL	**6,75**

3- L'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses correspond ici à l'aire d'un trapèze. Calculer cette aire. Retrouve-t-on un résultat proche de celui déterminé précédemment ?

L'aire $\mathcal{A}$ du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses correspond ici à l'aire du trapèze ci-contre. Exprimée en unités d'aire, elle est de :

$$\mathcal{A} = 1 \times 3 + \frac{3 \times 3}{2} = 3 + 4{,}5 = 7{,}5\ \ ua$$



On retrouve un résultat différent, mais relativement proche de celui déterminé dans la question précédente.

4- Calculer à présent l'intégrale $\int_0^3 f(x)\ dx$ en utilisant une primitive de f

La fonction F définie par $F(x) = \frac{x^2}{2} + x$ est une primitive de la fonction f car

$$F'(x) = \frac{1}{2} \times 2x + 1 = x + 1 = f(x)$$

On peut donc dire que :

$$\int_0^3 f(x)\ dx = \int_0^3 (x+1)\,.\,dx$$

$$= \left[\ \frac{x^2}{2} + x\ \right]_0^3$$

$$= \left(\ \frac{3^2}{2} + 3\right) - \left(\ \frac{0^2}{2} + 0\right)$$

$$= 4,5 + 3 - 0$$

$$= 7,5$$

Exercice 2. : *(répondre sur feuille de copie)*

1- Exprimer en fonction de $\ln(3)$ le nombre $a = \ln(27e) + \ln(9\sqrt{e})$

$$a = \ln(27e) + \ln\left(9\sqrt{e}\right)$$

$$= \ln(27) + \ln(e) + \ln(9) + \ln(\sqrt{e})$$

$$= \ln(3^3) + 1 + \ln(3^2) + \frac{1}{2}\ln(e)$$

$$= 3\ln(3) + 1 + 2\ln(3) + 0,5$$

$$= 5\ln(3) + 1,5$$

2- Exprimer en fonction de $\ln(2)$ le nombre $b = 2\ln\left(\frac{1}{4}\right) + \ln(8)$

$$b = 2\ln\left(\frac{1}{4}\right) + \ln(8)$$

$$= -2\ln(4) + \ln(8)$$

$$= -2\ln(2^2) + \ln(2^3)$$

$$= -4\ln(2) + 3\ln(2)$$

$$= -\ln(2)$$

3- Exprimer en fonction de $\ln(2)$ le nombre $c = \ln(16) - 3\ln(2)$

$$c = \ln(16) - 3\ln(2)$$

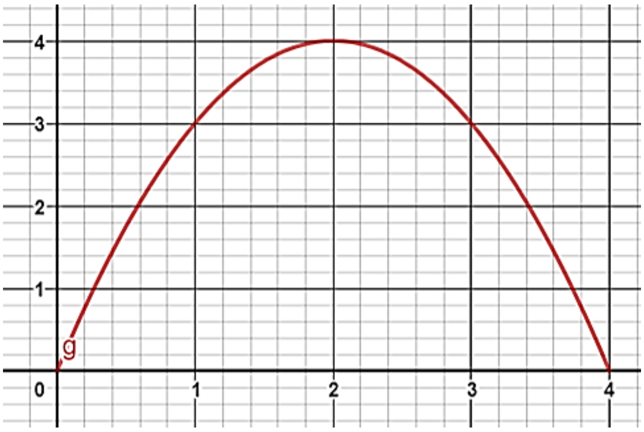
$$= \ln(2^4) - 3\ln(2)$$

$$= 4\ln(2) - 3\ln(2)$$

$$= \ln(2)$$

Exercice 3. : *(répondre sur feuille de copie)*

Soit la fonction f définie sur$\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x$. Sa courbe représentative sur l'intervalle $[0\,;4]$ est donnée le graphe ci-contre. Calculer la valeur moyenne de cette fonction sur l'intervalle $[0\,;4]$.



On commence par calculer $\int_0^4 f(x)\ dx$.

Une primitive de f est la fonction F définie par $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 4\,\frac{x^2}{2} = -\frac{x^3}{3} + 2\,x^2$

$$\int_0^4 f(x)\ dx = F(4) - F(0)$$

On a : $F(4) = -\frac{4^3}{3} + 2\ \times 4^2 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}$ et $F(0) = -\frac{0^3}{3} + 2\ \times 0^2 = 0$

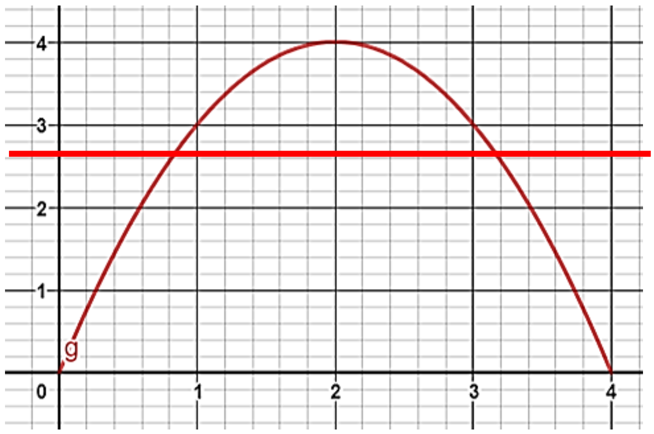
On a donc :

$$\int_0^4 f(x)\ dx = \frac{32}{3} \approx 10{,}7$$

La valeur moyenne de cette fonction sur l'intervalle $[0\,;4]$ est donc :

$$Moy = \frac{\int_0^4 f(x)\ dx}{4-0} = \frac{\frac{32}{3}}{4} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3} \approx 2{,}67$$

Moy = 2,67



Exercice 4. : *(répondre sur feuille de copie)*

On donne ci-contre le script python de 2 fonctions pythons. La fonction *integrale()* est incomplète. Elle retourne le nombre $\int_a^b f(x)\,dx$.

On donne ci-dessous le résultat d'une exécution :

```
>>> integrale(1,2.71828,f,0.0001)
1.000038291785392
```

```
def f(x):
    return 1/x

def integrale(a,b,f,dx):
    x = a
    somme = 0
```

On demande de compléter sur feuille de copie, le code python de la fonction *integrale()*.

```
def integrale(a,b,f,dx):
    x = a
    somme = 0
    while x < b :
        somme = somme + f(x)*dx
        x = x + dx
    return somme
```