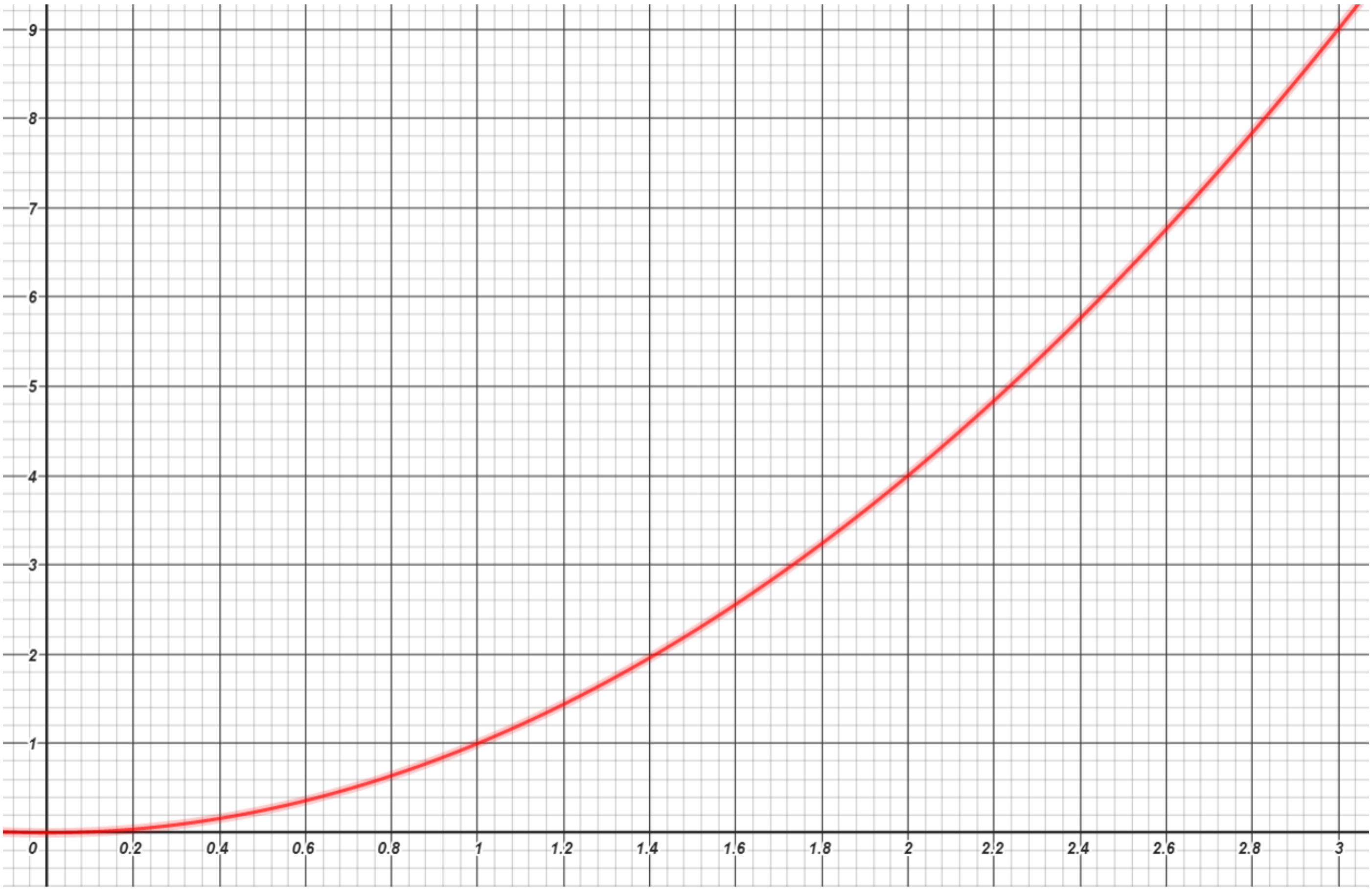
# INTEGRATION - SOMME INFINITESIMALE

***Exercice 1.*** : *Calcul de la distance parcourue par un cycliste en accélération*

Un cycliste réalise un départ arrêté. Durant 3 secondes, sa vitesse $v$ en m/s évolue en fonction du temps $t$ en s, de la façon suivante : $v(t) = t^2$ .




1- Déterminer la distance parcourue au cours de ce démarrage en calculant la somme $\sum_{i=0}^{14} v(0{,}2\ i) \times 0{,}2$

| $\boldsymbol{t}$ | $\boldsymbol{v(t)}$ en m/s | ***distance*** |
|---|---|---|
| 0 | $0^2 = 0$ | 0 |
| 0,2 | $0{,}2^2 = 0{,}04$ | 0,008 |
| 0,4 | 0,16 | 0,032 |
| 0,6 | 0,36 | 0,072 |
| 0,8 | | |
| 1 | | |
| 1,2 | | |
| 1,4 | | |

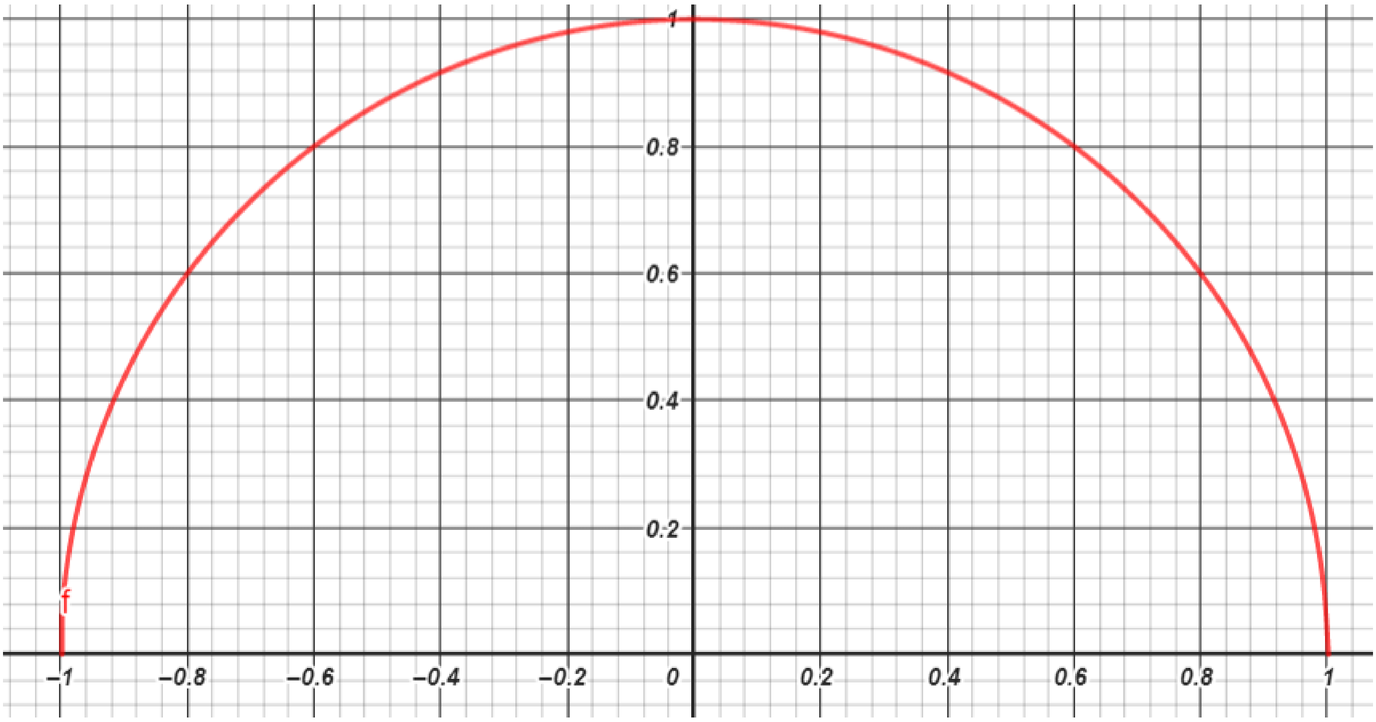
| $\boldsymbol{t}$ | $\boldsymbol{v(t)}$ ) en m/s | ***distance*** |
|---|---|---|
| 1,6 | | |
| 1,8 | | |
| 2 | | |
| 2,2 | | |
| 2,4 | | |
| 2,6 | | |
| 2,8 | | |
| | TOTAL | |

2- Donner un algorithme qui calcule cette distance. L'implémenter en python. L'utiliser pour calculer $\int_0^3 v(t)\ dt$ .

3- Calculer la vitesse moyenne du cycliste durant ces 3 premières secondes.

***Exercice 2.*** : *Calcul du nombre $\pi$*

La fonction $f$ définie pour $x \in [-1\,;1\,]$ par $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ a comme courbe représentative un demi-cercle de rayon 1.




1- Déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses, en calculant la somme $\sum_{i=-5}^{4} f(0{,}2\,i) \times 0{,}2$

| $\boldsymbol{x}$ | $\boldsymbol{f(x)}$ *en m* | ***aire*** |
|---|---|---|
| $-1$ | $\sqrt{1-(-1)^2} = 0$ | $0$ |
| $-0{,}8$ | $\sqrt{1-(-0{,}8)^2} = 0{,}6$ | $0{,}12$ |
| $-0{,}6$ | | |
| $-0{,}4$ | | |
| $-0{,}2$ | | |

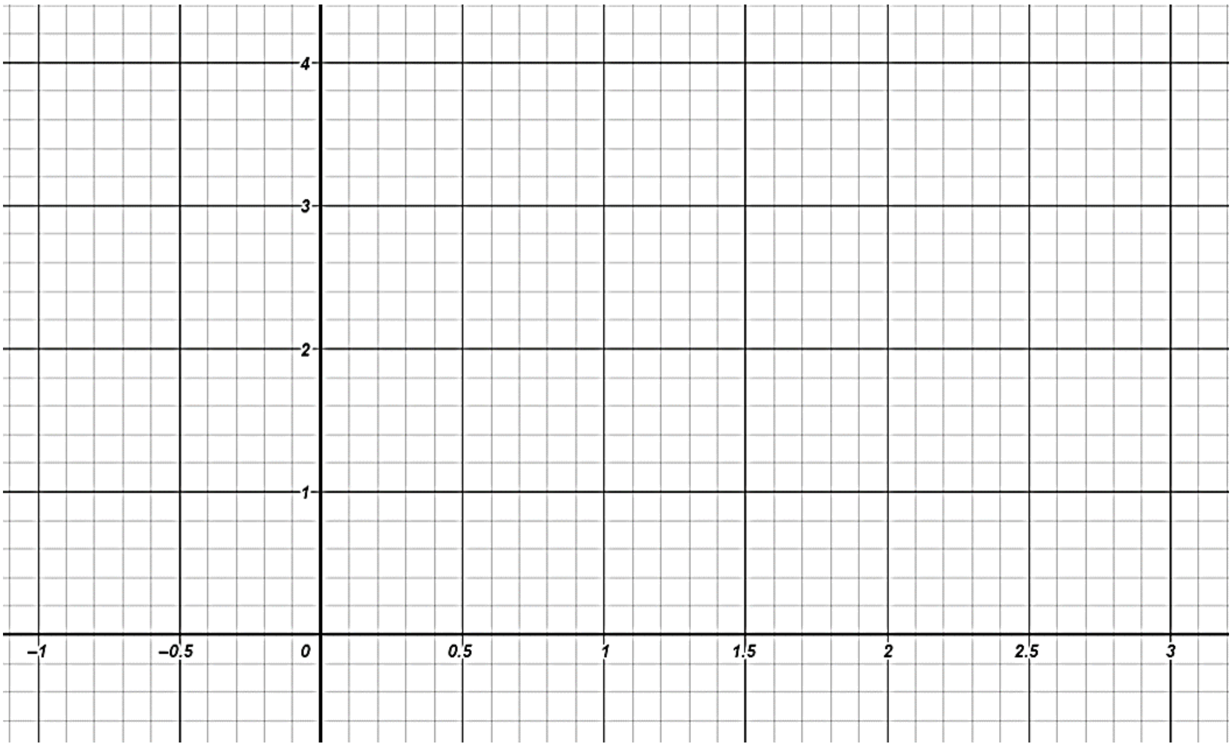
| $\boldsymbol{x}$ | $\boldsymbol{f(x)}$ *en m* | ***aire*** |
|---|---|---|
| $0$ | | |
| $0{,}2$ | | |
| $0{,}4$ | | |
| $0{,}6$ | | |
| $0{,}8$ | | |
| | TOTAL | |

2- En utilisant l'algorithme précédent, calculer $\int_{-1}^{1} f(x)\ dx$ .

3- Connaissant l'aire d'un demi-disque de rayon 1, exprimer le nombre $\pi$ en fonction du nombre $\int_{-1}^{1} f(x)\ dx$ . En déduire une valeur approchée du nombre $\pi$ .

***Exercice 3.*** : *Calcul d'aire*

1- Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction $f$ définie pour $x \in [-1\,;3\,]$ par $f(x) = x + 1$




2- Déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses, en calculant la somme $\sum_{i=-2}^{5} f(0{,}5\,i) \times 0{,}5$

| $\boldsymbol{x}$ | $\boldsymbol{f(x)}$ *en m* | ***aire*** |
|---|---|---|
| $-1$ | $1+(-1)=0$ | $0$ |
| $-0{,}5$ | $1+(-0{,}5)=0{,}5$ | $0{,}25$ |
| $0$ | | |
| $0{,}5$ | | |

| $\boldsymbol{x}$ | $\boldsymbol{f(x)}$ *en m* | ***aire*** |
|---|---|---|
| $1$ | | |
| $1{,}5$ | | |
| $2$ | | |
| $2{,}5$ | | |
| | TOTAL | |

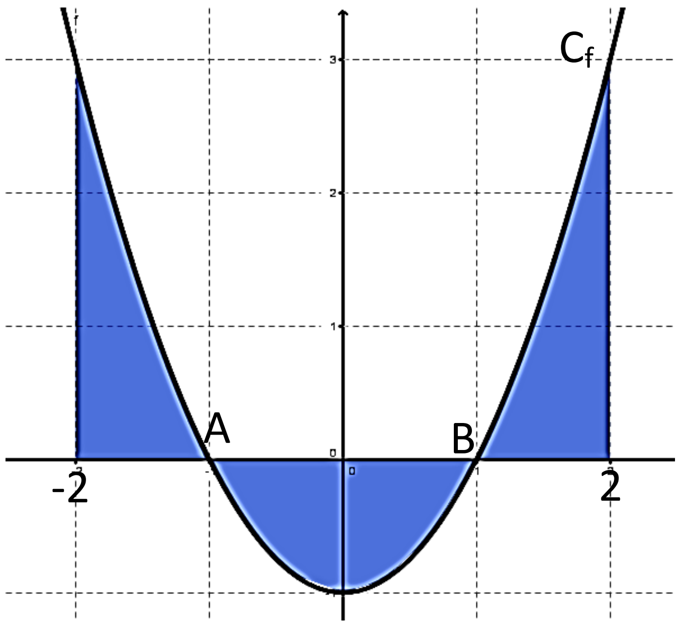
4- En utilisant l'algorithme précédent, calculer $\int_{-1}^{3} f(x)\ dx$ .

3- L'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses correspond ici à l'aire d'un triangle. Calculer cette aire en utilisant la relation *base* x *hauteur* / 2 . Retrouve-t-on le même résultat que celui issu du calcul intégral ?

***__Exercice 4.__*** : *Calcul d'aire*

Le logo d'une société a la forme présentée ci-contre. En vue de l'imprimer sur une grande affiche, on souhaite connaître l'aire précise de la surface colorée.

Si on place cette surface dans un repère orthonormé, elle peut se décomposer en 3 parties. La forme arrondie correspond à la courbe $C_f$ représentative d'une fonction $f$ définie sur $[-2\,;2]$ par : $f(x) = x^2 - 1$



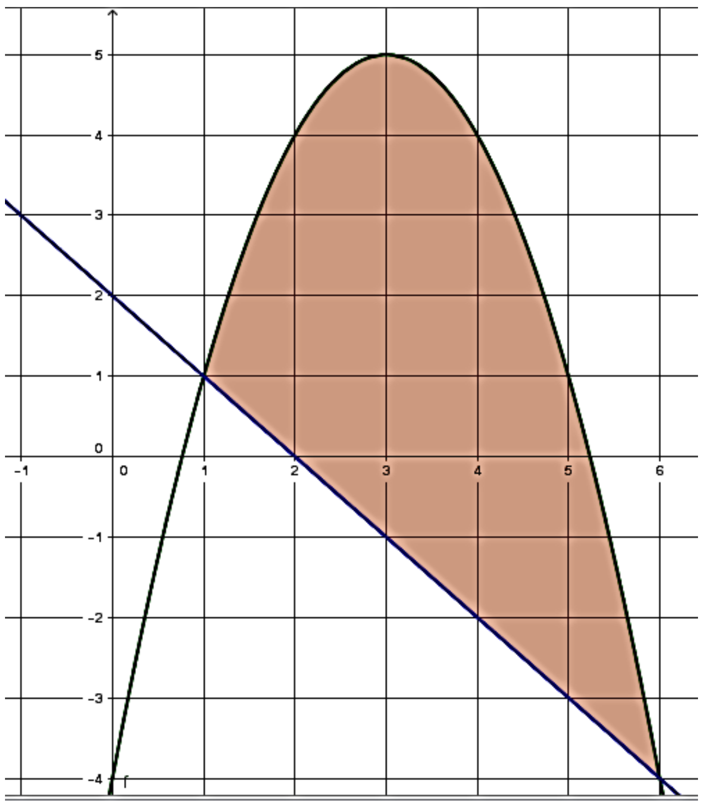

1- Déterminer par calcul, les abscisses des points A et B

2- En utilisant l'algorithme précédent, calculer l'aire de la surface colorée pour $x \in [0; 2]$ . Cette valeur est-elle en accord avec celle que l'on peut approcher par lecture graphique ?

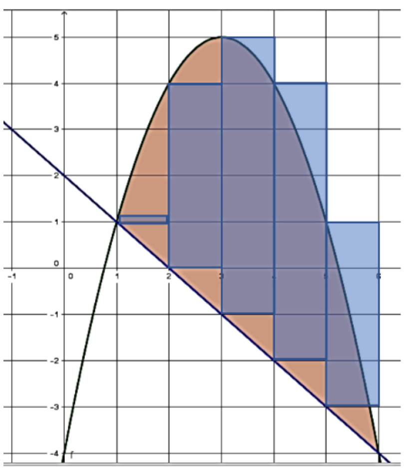
3- En utilisant l'algorithme précédent, calculer l'aire totale du logo. Cette valeur est-elle en accord avec celle que l'on peut approcher par lecture graphique ?

***__Exercice 5.__*** : *Calcul d'aire entre 2 courbes*

Le domaine coloré ci-contre est délimité par les courbes représentatives $C_f$ , $C_g$ des fonctions $f$ et $g$ définies sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 5 - (x-3)^2$ et $f(x) = 2 - x$



1- Déterminer par lecture graphique une valeur approchée de l'aire de ce domaine colorée.



2- En utilisant l'algorithme précédent, calculer cette même aire d'une manière plus précise. La valeur trouvée est-elle en accord avec celle approchée graphiquement ?