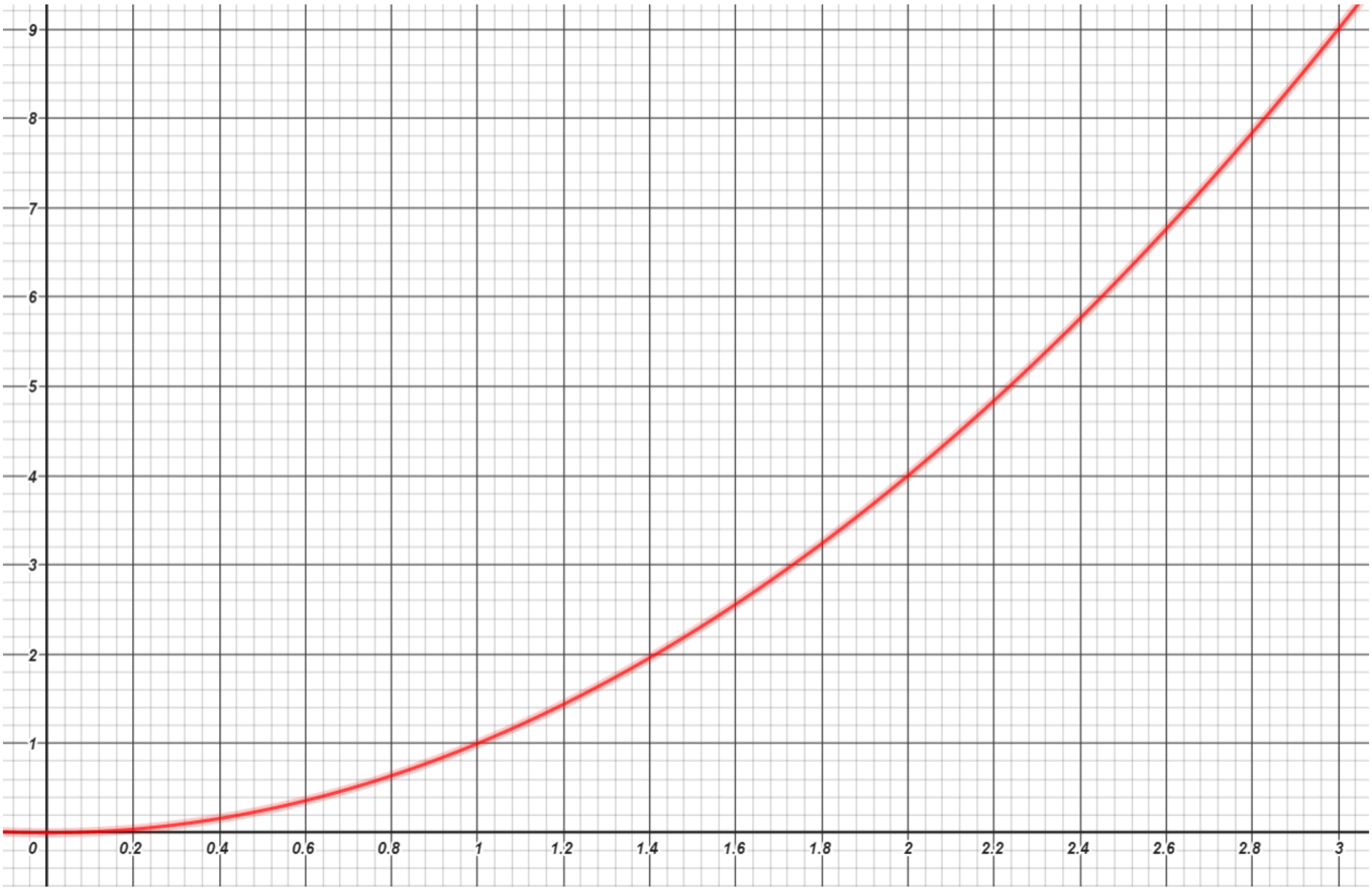
TD –

INTEGRATION - SOMME INFINITESIMALE

Exercice 1. : *Calcul de la distance parcourue par un cycliste en accélération*

Un cycliste réalise un départ arrêté. Durant 3 secondes, sa vitesse v en m/s évolue en fonction du temps t en s, de la façon suivante : $v(t) = t^2$.



1- Déterminer la distance parcourue au cours de ce démarrage en calculant la somme $\sum_{i=0}^{14} v(0{,}2\ i) \times 0{,}2$

t	$\boldsymbol{v(t)}$ en m/s	***distance***
0	$0^2 = 0$	0
0,2	$0{,}2^2 = 0{,}04$	0,004
0,4	0,16	0,016
0,6	0,36	0,036
0,8		
1		
1,2		
1,4		

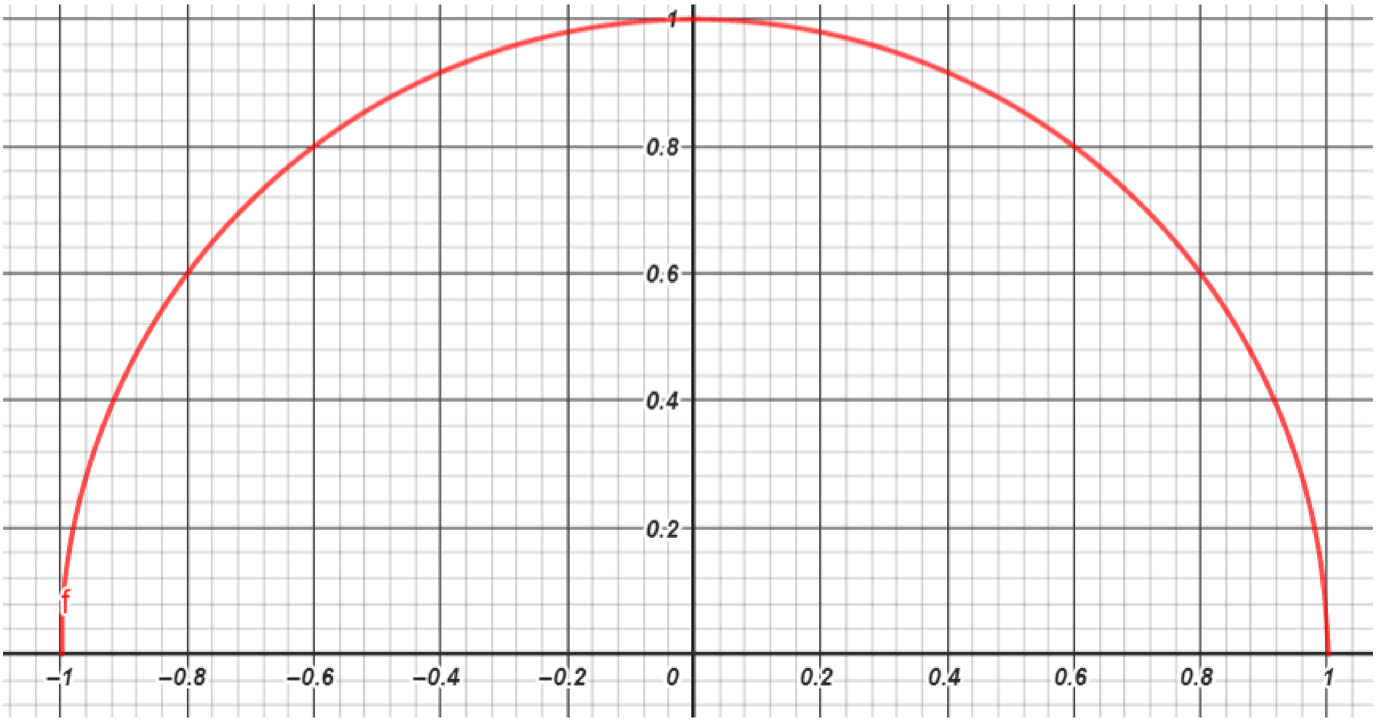
t	$\boldsymbol{v(t)}$) en m/s	***distance***
1,6		
1,8		
2		
2,2		
2,4		
2,6		
2,8		
	TOTAL	

2- Donner un algorithme qui calcule cette distance. L'implémenter en python. L'utiliser pour calculer $\int_0^3 v(t)\ dt$.

3- Calculer la vitesse moyenne du cycliste durant ces 3 premières secondes.

Exercice 2. : *Calcul du nombre π*

La fonction f définie pour $x \in [-1\,;1\,]$ par $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ a comme courbe représentative un demi-cercle de rayon 1.



1- Déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses, en calculant la somme $\sum_{i=-5}^{4} f(0{,}2\,i) \times 0{,}2$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$ *en m*	***aire***
-1	$\sqrt{1-(-1)^2} = 0$	0
$-0{,}8$	$\sqrt{1-(-0{,}8)^2} = 0{,}6$	$0{,}12$
$-0{,}6$		
$-0{,}4$		
$-0{,}2$		

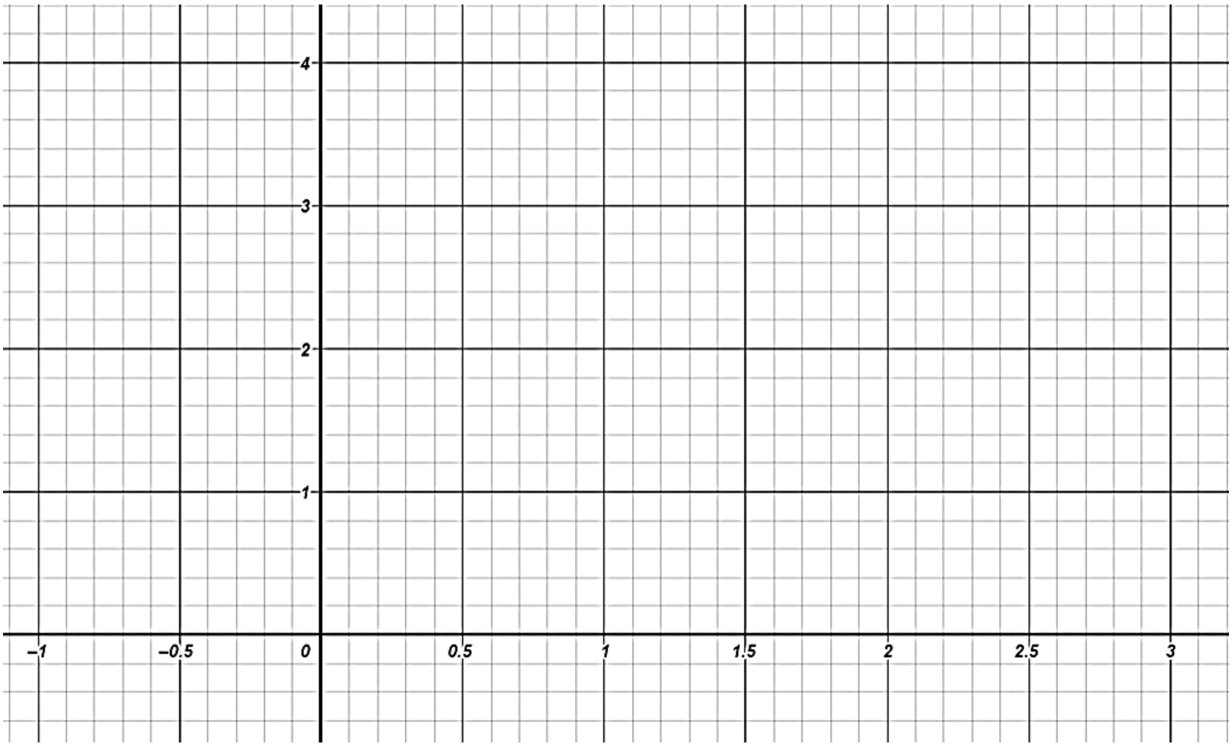
$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$ *en m*	***aire***
0		
$0{,}2$		
$0{,}4$		
$0{,}6$		
$0{,}8$		
	TOTAL	

2- En utilisant l'algorithme précédent, calculer $\int_{-1}^{1} f(x)\ dx$.

3- Connaissant l'aire d'un demi-disque de rayon 1, exprimer le nombre π en fonction du nombre $\int_{-1}^{1} f(x)\ dx$. En déduire une valeur approchée du nombre π .

Exercice 3. : *Calcul d'aire*

1- Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction f définie pour $x \in [-1\,;3\,]$ par $f(x) = x + 1$



2- Déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses, en calculant la somme $\sum_{i=-2}^{5} f(0{,}5\ i)\ \times 0{,}5$

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$ *en m*	***aire***
-1	$1 + (-1) = 0$	0
$-0{,}5$	$1 + (-0{,}5) = 0{,}5$	$0{,}25$
0		
$0{,}5$		

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$ *en m*	***aire***
1		
$1{,}5$		
2		
$2{,}5$		
	TOTAL	

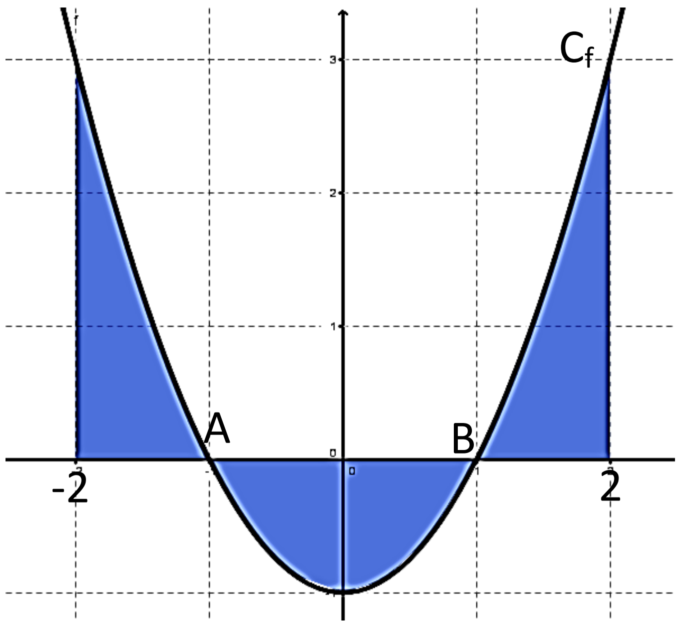
4- En utilisant l'algorithme précédent, calculer $\int_{-1}^{3} f(x)\ dx$.

3- L'aire du domaine compris entre la courbe et l'axe des abscisses correspond ici à l'aire d'un triangle. Calculer cette aire en utilisant la relation *base* x *hauteur* / 2 . Retrouve-t-on le même résultat que celui issu du calcul intégral ?

Exercice 4. : *Calcul d'aire*

Le logo d'une société a la forme présentée ci-contre. En vue de l'imprimer sur une grande affiche, on souhaite connaître l'aire précise de la surface colorée.

Si on place cette surface dans un repère orthonormé, elle peut se décomposer en 3 parties. La forme arrondie correspond à la courbe C_f représentative d'une fonction f définie sur $[-2\,;2]$ par : $f(x) = x^2 - 1$



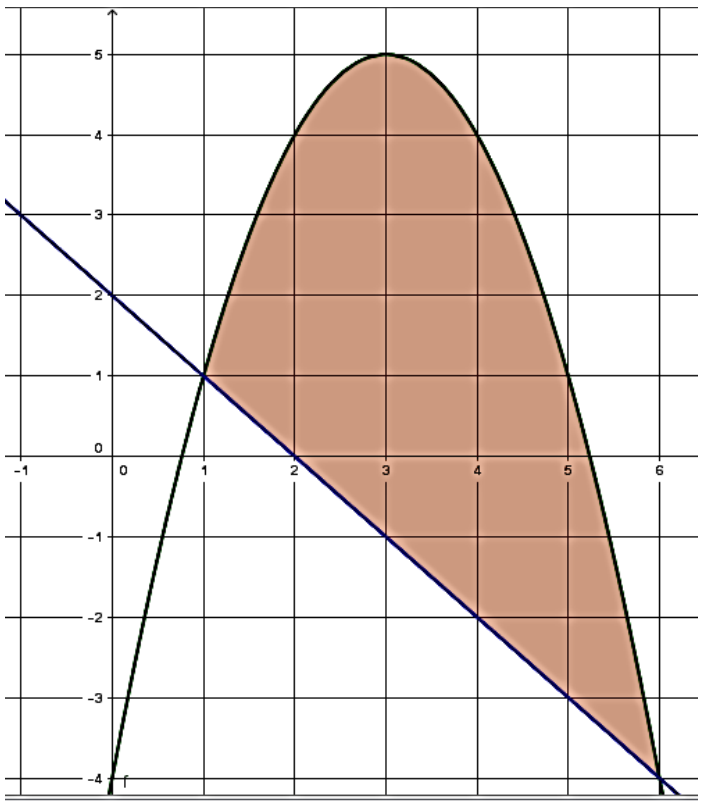
1- Déterminer par calcul, les abscisses des points A et B

2- En utilisant l'algorithme précédent, calculer l'aire de la surface colorée pour $x \in [0; 2]$. Cette valeur est-elle en accord avec celle que l'on peut approcher par lecture graphique ?

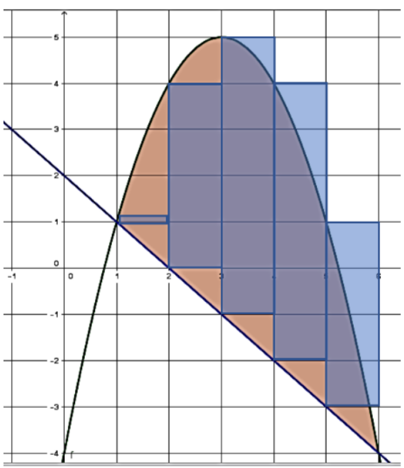
3- En utilisant l'algorithme précédent, calculer l'aire totale du logo. Cette valeur est-elle en accord avec celle que l'on peut approcher par lecture graphique ?

Exercice 5. : *Calcul d'aire entre 2 courbes*

Le domaine coloré ci-contre est délimité par les courbes représentatives C_f , C_g des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 5 - (x-3)^2$ et $f(x) = 2 - x$



1- Déterminer par lecture graphique une valeur approchée de l'aire de ce domaine colorée.



2- En utilisant l'algorithme précédent, calculer cette même aire d'une manière plus précise. La valeur trouvée est-elle en accord avec celle approchée graphiquement ?