

Partie 1 : Présentation et traitement en utilisant la loi binomiale sans ordinateur ou calculatrice

Un certain type d'éolienne fonctionne lorsque le vent atteint au moins 8 nœuds. Il faut l'arrêter lorsque le vent dépasse 48 nœuds. Le tableau ci-dessous répertorie les vitesses du vent au cours de l'année :



Vitesse du vent	$[0 ; 8[$	$[8 ; 24[$	$[24 ; 40[$	$[40 ; 48[$	$[48 ; 55[$
Nbre de jours	70	157	101	24	13

- 1- Quelle est la fréquence des jours durant lesquels l'éolienne produit de l'électricité ? Arrondir cette valeur au millième.

On note p cette fréquence. On suppose que p reste constante d'une année sur l'autre et que la vitesse du vent est indépendante d'un jour sur l'autre. On s'intéresse au fonctionnement de l'éolienne au cours d'une semaine. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de jours de fonctionnement de l'éolienne durant la semaine.

- 2- Justifier que la loi de probabilité de X est une loi binomiale $\mathcal{B}(7 ; 0,773)$.

3- Déterminer les coefficients binomiaux qui seront utilisés en complétant le triangle de Pascal ci-dessous :

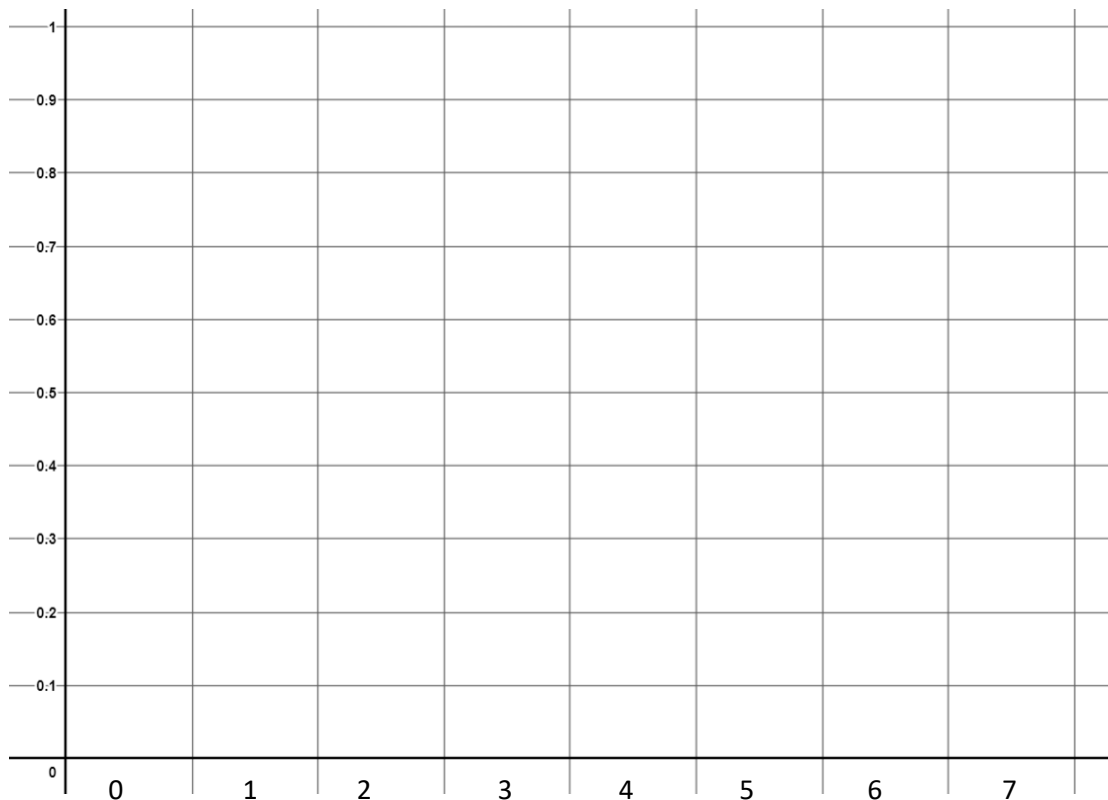
$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5	6	7
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

4- Calculer les probabilités $p(X = 0)$, $p(X = 1)$, $p(X = 2)$, $p(X = 3)$, d'avoir aucun jour de fonctionnement dans la semaine, 1 seul jour parmi 7 de fonctionnement, 2 jours, Arrondir au millième.

Valeurs x_i de X	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

Valeurs x_i de X	4	5	6	7
$p(X = x_i)$				

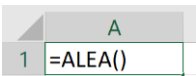
5- Compléter ci-dessous le diagramme donnant ces probabilités sous forme de barres :



Partie 2 : Traitement en effectuant des simulations aléatoires sur ordinateur avec Excel

Sur ordinateur, lancer Excel.

- 1- Ouvrir un **nouveau** fichier et l'enregistrer sous le nom *éolienne.xls*

- 2- Dans la cellule A1, écrire : . Cette fonction d'Excel permet de générer un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. A chaque fois que l'on appuie sur la touche F9 du clavier, Excel génère un nouveau nombre essayer.

On se sert à présent de cette fonction **alea()** pour pouvoir générer le chiffre 1 si $\text{alea}() < 0.773$ et le chiffre 0 si $\text{alea}() > 0.773$:

- 3- Dans la cellule A1, écrire à présent : `=SI(ALEA() $<$ 0,773;1;0)`. Appuyer plusieurs fois sur la touche F9. Le chiffre 1 apparaît dans 77,3 % des cas, sinon c'est le chiffre 0 qui apparaît.

On utilise à présent cette dernière commande pour simuler le fait qu'une éolienne fonctionne sur une journée de la semaine (chiffre 1) ou ne fonctionne pas (chiffre 0).

- 4- Compléter la ligne 1 en saisissant les titres suivant des colonnes :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche		X
2									

- 5- Compléter la ligne 2 en saisissant dans chacune des cellules A2, B2, C2, D2, E2, F2 et G2 la commande (faire du copié-collé): `=SI(ALEA() $<$ 0,773;1;0)`

Saisir dans la cellule I2 la commande : `=SOMME(A2:G2)` qui permet de compter le nombre de 1 sur la ligne correspondante.

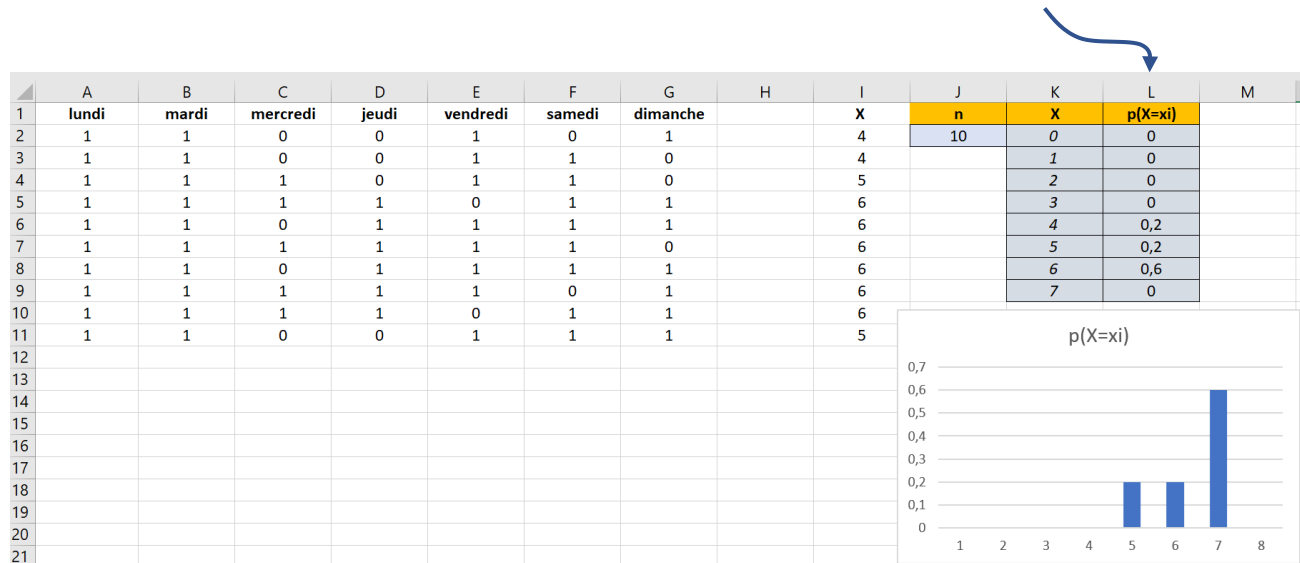
I	J	K	L
X	n	X	p(X=xi)
5	10	0	0
4		1	0
7		2	0
4		3	0,1
6		4	0,2
7		5	0,2
3		6	0,3
6		7	0,2
5			
6			

Afin de pouvoir afficher dans le tableau créé des fréquences, ou proportions, on divise les valeurs obtenues avec NB.SI() et qui renvoient un nombre, par le nombre total de semaines simulées : On réexécute l'opération précédente avec cette fois ci dans la cellule L2 la commande :

=NB.SI(\$I\$2:\$I\$11;K2)/\$J\$2

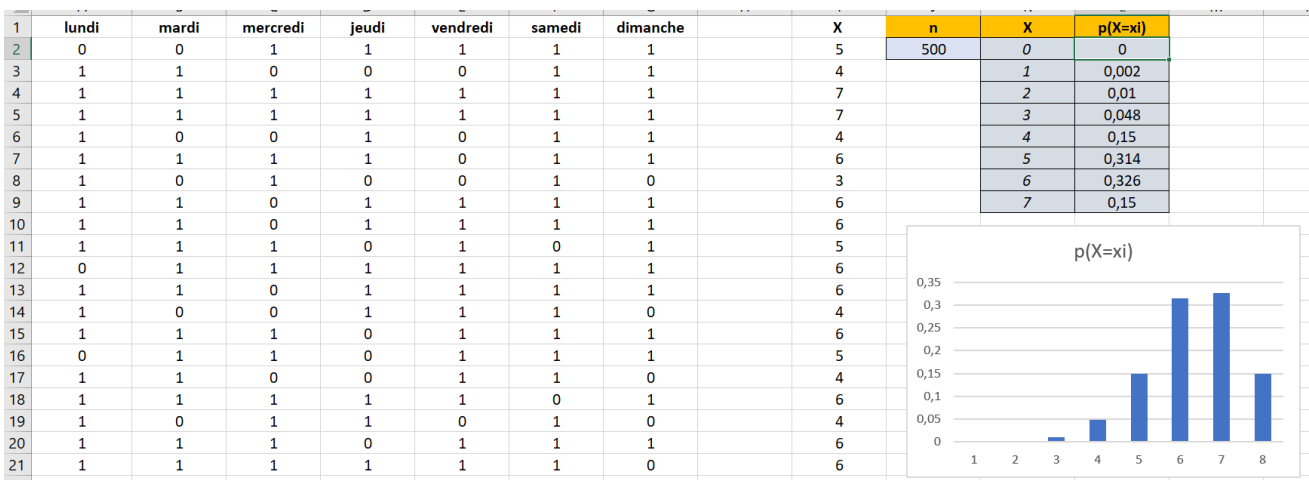
10- Refaire plusieurs fois une simulation de 10 semaines en appuyant sur la touche F9.

11- Afin de mieux visualiser les résultats obtenus, on sélectionne la colonne L de L1 à L8 et on insère un histogramme 2d :

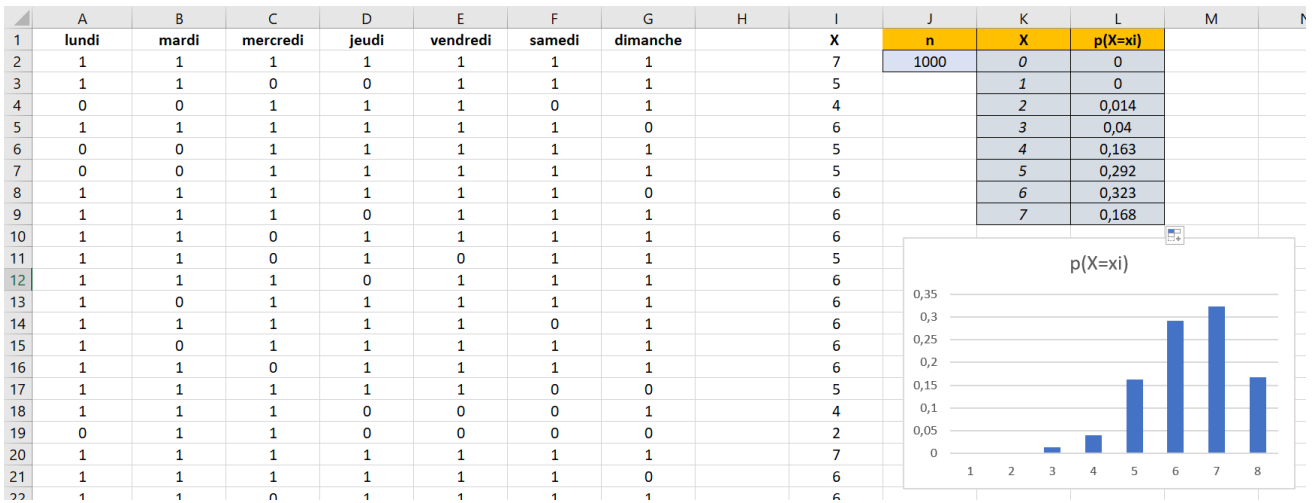


On constate qu'il y a une assez grande dispersion des résultats en relançant la simulation à chaque fois. Afin d'améliorer la précision, on se propose de réaliser cette étude sur cette fois-ci 500 semaines ...

12- Dupliquez à présent la ligne de A2 à I2 jusqu'à la ligne 501. Modifier ce qui doit l'être pour obtenir les mêmes résultats qu'avant, mais sur cette-fois-ci une analyse sur 500 semaines :



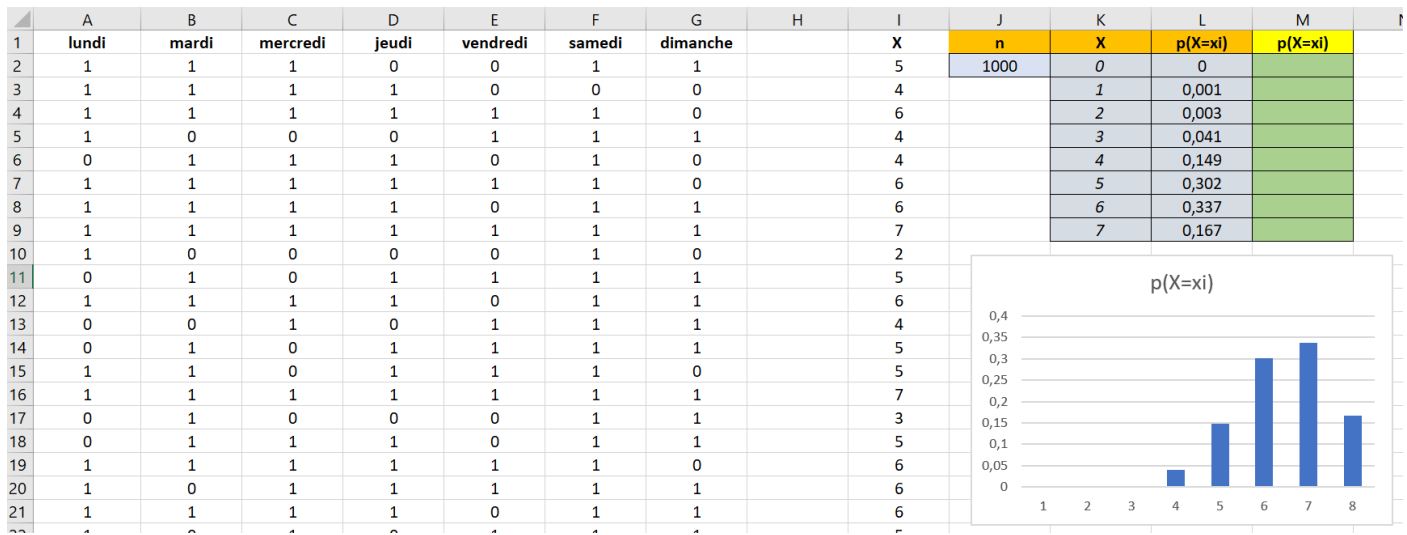
13- Recommencez l'opération précédente pour à présent analyser les résultats de 1000 semaines (Dupliquez à présent la ligne de A2 à I2 jusqu'à la ligne 1001). On obtient :



Question : Avec une analyse sur 1000 semaines, la dispersion des résultats est-elle importante lorsque l'on relance une simulation ?

Partie 3 : Traitement en utilisant la fonction loi binomiale disponible sur Excel

14- Rajouter sur la colonne M , le titre p(X=xi) et différencier cette colonne de la colonne L en utilisant un fond de couleur différent :



15- Dans la cellule M2, écrire : `=LOI.BINOMIALE.N(K2;7;0,773;)`. Dupliquer cette cellule vers le bas jusqu'à la cellule M7. On obtient :

n	X	p(X=xi)	p(X=xi)
1000	0	0	3,10585E-05
	1	0,001	0,000740342
	2	0,003	0,007563235
	3	0,05	0,042924966
	4	0,151	0,146171799
	5	0,297	0,298654098
	6	0,335	0,339000907
	7	0,163	0,164913594

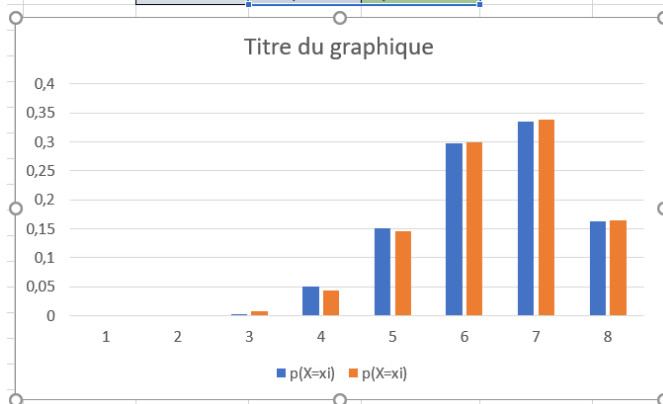
En relançant la simulation, les valeurs de colonne M ne changent pas.

cette

Question : Comparer ces valeurs de la colonne M avec celles trouvées en partie 1 dans la question 4 :

n	X	p(X=xi)	p(X=xi)
1000	0	0	3,10585E-05
	1	0,001	0,000740342
	2	0,003	0,007563235
	3	0,05	0,042924966
	4	0,151	0,146171799
	5	0,297	0,298654098
	6	0,335	0,339000907
	7	0,163	0,164913594

16- Pour terminer, on modifie l'histogramme tracé avant en ajoutant ces nouvelles valeurs issues de la loi binomiale. On doit obtenir :



Question : La correspondance entre résultats obtenus sur une simulation de 1000 semaines et ceux calculés avec la loi binomiale est-elle correcte ?

Partie 4 : Espérance et écart-type

17- Avec un click droit sur le J de la colonne J, insérer une colonne

I	J	K	L	M	N
X		n	X	p(X=xi)	p(X=xi)
6		1000	0	0	3,1059E-05
6			1	0,001	0,00074034
6			2	0,003	0,00756323
5			3	0,045	0,04292497
3		X moyen	4	0,135	0,1461718
6			5	0,295	0,2986541
7					

18- Dans la cellule K7, donner le résultat de la moyenne de la colonne des X (colonne I) :
 =MOYENNE(I2:I1001)

19- Compléter la colonne J afin d'obtenir la valeur des écarts $(X - X_{moyen})^2$: $= (I2-\$K\$7)* (I2-\$K\$7)$

Cela donne :

I	J	K	L	M	N
X	(X-Xmoyen)²	n	X	p(X=xi)	p(X=xi)
6	0,393129	1000	0	0	3,1059E-05
6	0,393129		1	0,001	0,00074034
3	5,631129		2	0,005	0,00756323
7	2,647129		3	0,049	0,04292497
4	1,885129	X moyen	4	0,148	0,1461718
7	2,647129	5,373	5	0,311	0,2986541

20- Dans la cellule K9, donner le résultat de la moyenne de la colonne des $(X - X_{moyen})^2$ (colonne J) :
 =RACINE(MOYENNE(J2:J1001))

I	J	K	L	M	N
X	(X-Xmoyen)²	n	X	p(X=xi)	p(X=xi)
7	2,5921	1000	0	0	3,1059E-05
5	0,1521		1	0,001	0,00074034
5	0,1521		2	0,009	0,00756323
7	2,5921		3	0,045	0,04292497
7	2,5921	X moyen	4	0,154	0,1461718
5	0,1521	5,39	5	0,294	0,2986541
5	0,1521	Ecart-type			
7	2,5921	1,13132665			

La valeur de la cellule Xmoyen est celle de l'espérance. On la note $E(X)$. Celle de l'écart-type est notée $\sigma(X)$.

21- La théorie mise en place dans la loi Binomiale nous enseigne que pour une loi $\mathcal{B}(n, p)$ l'espérance $E(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$ sont donnés par les formules suivantes : $E(X) = np$ et $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$
 Utiliser ces formules pour calculer l'espérance et l'écart-type issue de la loi binomiale $\mathcal{B}(7 ; 0,773)$.