RESOLUTION D'UNE EQUATION DIFFERENTIELLE

EXERCICE 1 : Résolution analytique d'une équation différentielle d'ordre 1

On éteint le chauffage dans une pièce d'habitation au temps $t = 0$. La température y est alors de 20°C. La température extérieure est constante et égale à 11°C. On définit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(t)$ la température de cette pièce en °C, au temps $t > 0$ exprimé en heures.

Les principes de la physique permettent d'établir que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$\mathbf{2\,y' + 0,24\,y = 2,64}$ avec comme condition initiale : $f(0) = 20$

1- Déterminer en fonction d'une constante K, les fonctions $y_0(t)$ solutions de l'E.D. sans second membre

2- Déterminer une solution particulière $y_p(t)$, du type $y_p(t) = A$ de l'E.D. avec second membre, A étant une constante réelle à définir.

3- En déduire la fonction $f(t) = y_0(t) + y_p(t)$ qui respecte la condition initiale $f(0) = 20$

4- Tracer la courbe représentative de la fonction f

EXERCICE 2 : Soit l'équation différentielle $2y' + 5y = -3t$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$

1- Déterminer en fonction d'une constante K, les fonctions $y_0(t)$ solutions de l'E.D. sans second membre

2- Déterminer une solution particulière $y_p(t)$, du type $y_p(t) = At + B$ de l'E.D. avec second membre, A et B étant des constantes réelles à définir.

3- En déduire la fonction $f(t) = y_0(t) + y_p(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$

EXERCICE 3 : Soit l'équation différentielle $y' + 2y = \cos(t)$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$

La résolution de l'équation différentielle donne le résultat suivant : les fonctions solutions sont du type :

$y(t) = K\,e^{-2t} + 0,4\cos(t) + 0,2\,sin(t)$.

⇨ Déterminer la constante K qui permet de satisfaire à la condition initiale $y(0) = 0$