TD BTS SN **_RESOLUTION NUMERIQUE D'UNE EQUATION DIFFERENTIELLE_**

Exercice 1: *Injection médicament*

A l'instant $t = 0$, on injecte à un malade une substance médicamenteuse qui est ensuite progressivement éliminée. On désigne par $y(t)$ la concentration de la substance en mg/L dans le sang, présente à l'instant t, exprimé en heures. On suppose qu'à chaque instant t, la vitesse d'élimination $y'(t)$ est proportionnelle à la concentration restante dans le sang du malade. Cette hypothèse se traduit mathématiquement par l'équation différentielle (E) :
$2\,y' + 0.4y = 0$. A l'instant $t = 0$, $y(0) = 80\,mg/L$

PARTIE A : *Résolution numérique de l'équation différentielle*

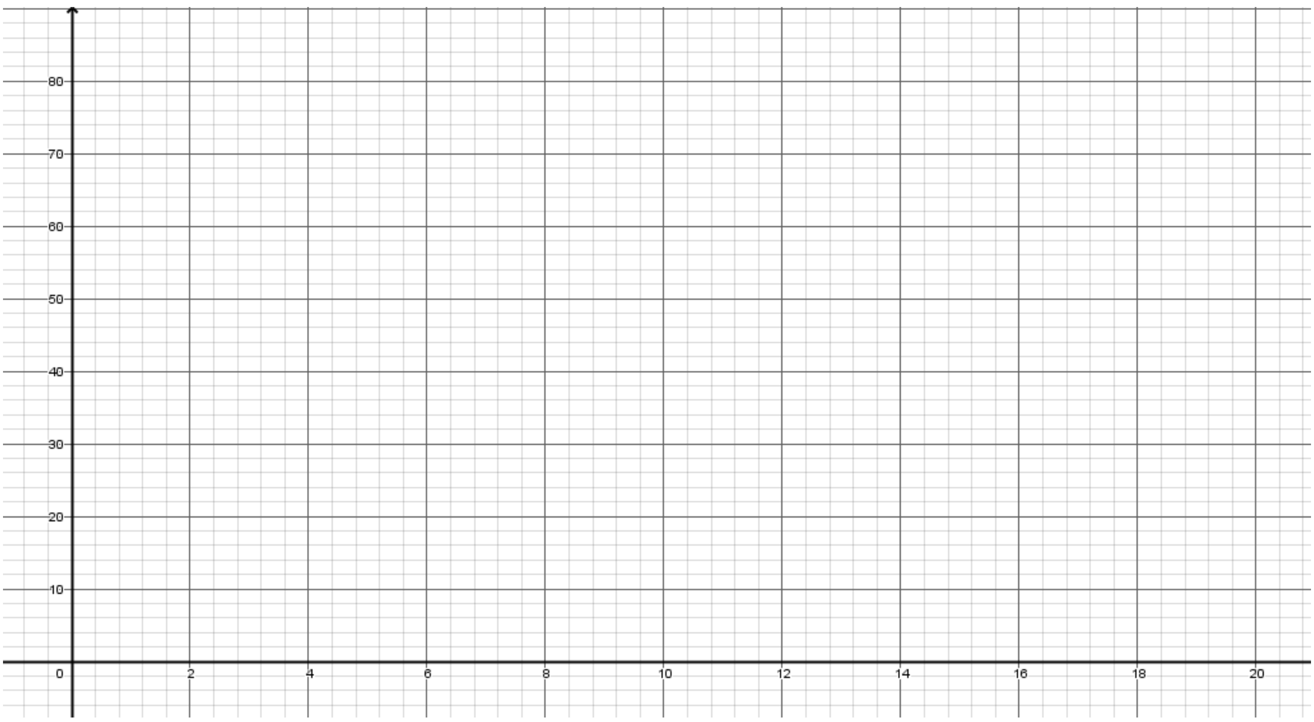
Le fonction $y(t)$ est échantillonnée avec une période d'échantillonnage $T_e = 1\,h$ pour constituer une suite y_n. On a ainsi : $y_0 = 80$; y_1 =concentration après 1h , …….., y_n = concentration après n heures

1- Déterminer la relation de récurrence donnant y_n en fonction de y_{n-1}

2- Calculer les 11 premières valeurs de la suite y_n e compléter le tableau ci-dessous :

$\boldsymbol{n}$	*-1*	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
$\boldsymbol{t = n\,T_e}$ en heures												
$\boldsymbol{y_n}$	0	80										

3- Tracer ci-dessous la courbe représentative du signal $y(t)$



PARTIE B : *Résolution mathématique de l'équation différentielle*

1- Déterminer la fonction $y(t)$ solution de l'équation $2\,y' + 0.4y = 0$ avec comme CI : $y(0) = 80\,mg/L$
2- Tracer sur le repère ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f pour $0 < t < 20$

Exercice 2: *Refroidissement d'une pièce d'habitation*

On éteint le chauffage dans une pièce d'habitation au temps $t = 0$. La température y est alors de 20°C. La température extérieure est constante et égale à 11°C. On définit la fonction y définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $y(t)$ la température de cette pièce en °C, au temps $t > 0$ exprimé en heures. Les principes de la physique permettent d'établir que la fonction y est solution de l'équation différentielle : $2\,y' + 0.24\,y = 2.64$ avec comme condition initiale : $y(0) = 20$

PARTIE A : *Résolution numérique de l'équation différentielle*

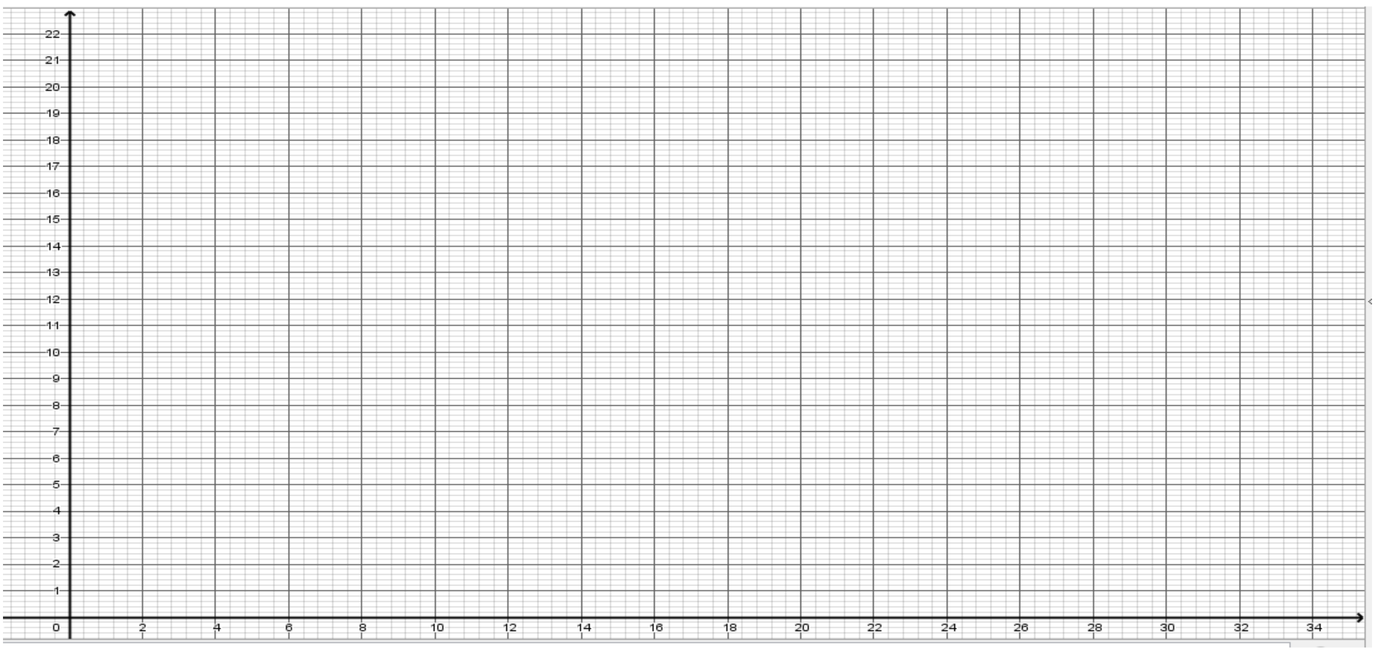
Le fonction $y(t)$ est échantillonnée avec une période d'échantillonnage $T_e = 2\,h$ pour constituer une suite y_n. On a ainsi : $y_0 = 20$; y_1 =température après 2h , …….., y_n = température après $n \times 2$ heures

1- Déterminer la relation de récurrence donnant y_n en fonction de y_{n-1}

2- Calculer les 11 premières valeurs de la suite y_n e compléter le tableau ci-dessous :

n	*-1*	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
$t = n\,T_e$ en heures												
y_n	0	20										

3- Tracer ci-dessous la courbe représentative du signal $y(t)$



PARTIE B : *Résolution mathématique de l'équation différentielle*

4- Déterminer la fonction $y(t)$ solution de l'équation $2\,y' + 0.24\,y = 2.64$ avec comme CI : $y(0) = 20$

5- Tracer sur le repère ci-dessus, la courbe représentative de la fonction f pour $0 < t < 34$