DS – BTS SN

TRANSFORMEE EN Z

Partie 1 : *Fonction de transfert*

Suite x_n → **Algorithme** → Suite y_n

Un filtre numérique permet de transformer un signal x_n en un signal y_n . La relation de récurrence de l'algorithme de ce filtre est : $\boldsymbol{2\,y_n = 3\,x_n + 1{,}8\,y_{n-1}}$

Q1. Appliquer la transformée en Z sur chacun des membres de l'équation et montrer précisément que l'expression de la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ en fonction de z est : $H(z) = \dfrac{3\,z}{2\,z - 1{,}8}$

Partie 2 : *Entrée x_n **impulsion***

Une entrée Impulsion de 1 V est appliquée. Le signal x_n est : $\{x_n\} = \{1\,;0\,;0\,;0\,;\ldots.\}$

Q2. Compléter la ligne «y_n avec récurrence » du tableau ci-dessous en utilisant la relation de récurrence $2y_n = 3\,x_n + 1{,}8\,y_{n-1}$ qui peut aussi s'écrire sous la forme : $y_n = \frac{1}{2}\,(3\,x_n + 1{,}8\,y_{n-1})$. Détailler le calcul de y_0 et y_1. On arrondira les valeurs à 0.001 près.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{x_n}$	0	1	0	0	0	0
$\boldsymbol{y_n}$ **avec récurrence**	0					

On recherche à présent le signal y_n en utilisant les transformées en Z. Pour cela :

Q3. Donner $\mathrm{X(z)}$ pour une entrée Impulsion et calculer : $\mathrm{Y(z)}$

Q4. Déterminer le signal original y_n de $\mathrm{Y(z)}$ en appliquant la transformée en Z inverse. Utiliser la relation trouvée pour compléter la ligne « y_n avec Transformée en Z » du tableau suivant. On arrondira les valeurs à 0.001 près. Détailler le calcul de y_0 , y_1 et y_4.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{y_n}$ **avec Transformée en Z**	0					

Les résultats obtenus par récurrence sont-ils cohérents avec ceux obtenus ici ?

Partie 3 : *Entrée x_n **échelon***

On suppose que le signal x_n est à présent un échelon : $\{e_n\} = \{1\,;1\,;1\,;1\,;\ldots.\}$.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{x_n}$	0	1	1	1	1	1
$\boldsymbol{y_n}$ **avec récurrence**	0					

Q5. Compléter la ligne «y_n avec récurrence » du tableau ci-dessus en utilisant la relation de récurrence $2y_n = 3\,x_n + 1{,}8\,y_{n-1}$ qui peut aussi s'écrire sous la forme : $y_n = \frac{1}{2}\,(3\,x_n + 1{,}8\,y_{n-1})$. Détailler le calcul de y_0 et y_1. On arrondira les valeurs à 0.001 près.

On recherche à présent le signal y_n en utilisant les transformées en Z. Pour cela :

Q6. Donner $\mathrm{X(z)}$ pour une entrée Echelon et calculer : $\mathrm{Y(z)}$

Q7. Afin de trouver l'original y_n de $\mathrm{Y(z)}$, on peut montrer que : $\dfrac{3\,z^2}{(2z-1{,}8)(z-1)} = \dfrac{-27\,z}{2z-1{,}8} + \dfrac{15\,z}{z-1}$

En utilisant cette nouvelle écriture, déterminer le signal original y_n de $\mathrm{Y(z)}$ en appliquant la transformée en Z inverse.

Q8. Utiliser la relation trouvée pour compléter la ligne « y_n avec Transformée en Z » du tableau suivant. On arrondira les valeurs à 0.001 près. Détailler le calcul de y_0 , $\mathrm{y}_1$et y_4

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{y_n}$ **avec Transformée en Z**	0					

Les résultats obtenus par récurrence sont-ils cohérents avec ceux obtenus ici ?

Partie 4 : *Entrée* $x_n = 5\ d_{n-2}$

On suppose à présent que le signal $\mathrm{x_n}$ est un dirac retardé : $\{\mathrm{x_n}\} = \{0\,;0\,;1\,;0\,;\ 0\,;\dots.\}$.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{x_n}$	0	0	0	5	0	0

Q9. Déterminer le signal y_n en appliquant la méthode de transformée en Z :

a- Déterminer $X(z)$:

b- En déduire $Y(z)$:

c- Déterminer l'expression $y_n$de l'original :

d- Compléter la ligne « y_n avec Transformée en Z » du tableau suivant, en donnant le détail du calcul pour y_0 , y_1 , y_2 , y_3 et y_4

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{y_n}$ **avec Transformée en Z**	0					