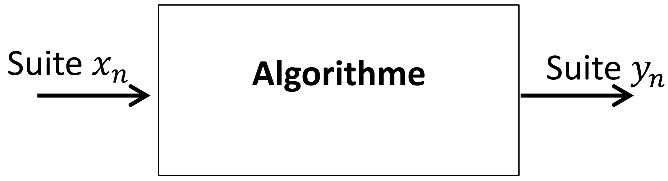
DS – BTS SN

TRANSFORMEE EN Z

Partie 1 : *Fonction de transfert*



Un filtre numérique permet de transformer un signal x_n en un signal y_n . L'équation de récurrence de l'algorithme de ce filtre est : $\boldsymbol{y_n = x_n + 0,5\, y_{n-1}}$

Q1. Appliquer la transformée en Z sur chacun des membres de l'équation et montrer précisément que l'expression de la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ en fonction de z est : $H(z) = \frac{z}{z - 0,5}$

Partie 2 : *Entrée x_n **impulsion***

Une entrée Impulsion est appliquée. Le signal x_n est : $\{x_n\} = \{1\,;0\,;0\,;0\,;\ldots.\}$

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{x_n}$	0	1	0	0	0	0
$\boldsymbol{y_n}$ **avec récurrence**	0					

Q2. Compléter la ligne «y_n avec récurrence » du tableau ci-dessus en utilisant la relation de récurrence. Détailler le calcul de y_0 , y_1 et y_2.

On recherche à présent le signal y_n en utilisant les transformées en Z. Pour cela :

Q3. Donner $X(Z)$ pour une entrée Impulsion et calculer : $Y(Z)$

Q4. Déterminer le signal original y_n de $Y(Z)$ en appliquant la transformée en Z inverse. Utiliser la relation trouvée pour compléter la ligne « y_n avec Transformée en Z » du tableau suivant. Détailler le calcul de y_0 , y_1 et y_4.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{y_n}$ **avec Transformée en Z**	0					

Les résultats obtenus par récurrence sont-ils cohérents avec ceux obtenus ici ?

Partie 3 : *Entrée* $x_n = 5\, d_{n-2}$

On suppose à présent que le signal x_n est un dirac retardé : $\{x_n\} = \{0\,;0\,;5\,;0\,;\ 0\,;\ldots.\}$.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{x_n}$	0	0	0	5	0	0
$\boldsymbol{y_n}$ **avec récurrence**	0					

Q5. Compléter la ligne «y_n avec récurrence » du tableau ci-dessus en utilisant la relation de récurrence.

Q6. Déterminer à présent ce signal y_n en appliquant la méthode de transformée en Z :

a- Déterminer $X(Z)$
b- En déduire $Y(Z)$:
c- Déterminer l'expression $y_n$de l'original
d- Compléter la ligne « y_n avec Transformée en Z » du tableau suivant.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{y_n}$ **avec Transformée en Z**	0					

Partie 4 : *Entrée x_n **échelon***

On suppose que le signal $\mathrm{x_n}$ est un échelon : $\{\mathrm{e_n}\} = \{1\,;1\,;1\,;1\,;\ldots.\}$.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{x_n}$	0	1	1	1	1	1
$\boldsymbol{y_n}$ **avec récurrence**	0					

Q7. Compléter la ligne «y_n avec récurrence » du tableau ci-dessus en utilisant la relation de récurrence. Détailler le calcul de $\mathrm{y_0}$, $\mathrm{y_1}$ et $\mathrm{y_2}$.

On recherche à présent le signal y_n en utilisant les transformées en Z. Pour cela :

Q8. Donner $\mathrm{X(Z)}$ pour une entrée Echelon et calculer : $\mathrm{Y(Z)}$

Q9. Afin de trouver l'original y_n de $\mathrm{Y(Z)}$, trouver les nombres A et B pour que l'égalité suivante soit toujours vraie : $$\frac{A\,z}{z-0{,}5} + \frac{B\,z}{z-1} = \frac{z^2}{(z-0{,}5)(z-1)}$$

Q10. Déterminer le signal original y_n de $\mathrm{Y(Z)}$ en appliquant la transformée en Z inverse. Utiliser la relation trouvée pour compléter la ligne « y_n avec Transformée en Z » du tableau suivant. Détailler le calcul de $\mathrm{y_0}$, $\mathrm{y_1}$ et $\mathrm{y_4}$.

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{n < 0}$	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$\boldsymbol{y_n}$ **avec Transformée en Z**	0					

Q11. Afin de trouver l'original y_n de $\mathrm{Y(Z)}$, montrer que l'égalité suivante est vraie :

$$\frac{-z}{z-0{,}5}+\frac{2z}{z-1} = \frac{z^2}{(z-0{,}5)(z-1)}$$