

Exercice 1 : Matrice inverse

Soient les matrices : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ a & 0,25 \end{pmatrix}$ avec a et b qui sont des constantes réelles

- 1- En effectuant le produit $A \times B$, déterminer la valeur des constantes a et b pour que $B = A^{-1}$
- 2- Ecrire la matrice A^{-1}

Exercice 2 : Calcul matriciel pour résoudre un système linéaire

x, y, z sont 3 inconnues qui satisfont les 3 relations suivantes :
$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ x - 3y - z = -2 \\ 2y + 3z = -1 \end{cases}$$

- 1- Soit la matrice $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Le système précédent est équivalent à l'équation matricielle : $A X = B$
Ecrire les matrices A et B et donner leur taille.
- 2- Ecrire X en fonction de A et B
- 3- Utiliser Géogébra pour déterminer les 3 inconnues x, y, z

Exercice 3 : Calcul matriciel

Soit les 3 matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 4 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} b \\ 2 \end{pmatrix}$

Déterminer les réels a et b pour que $A \times B = C$

Exercice 4 : Calcul matriciel

Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ a & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Calculer la matrice C définie par $C = A \times B$ en fonction de a

Exercice 5 : Calcul matriciel utilisé en graphisme

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec a, b, c, d qui sont 4 constantes réelles.

On souhaite calculer les valeurs des coefficients a, b, c, d pour que la courbe représentative C de f passe par les points A et B de coordonnées A(-2 ; 0) et B(4 ; 4) et soit tangente aux segments identifiés sur la figure donnée ci-après.

- 1- Montrer que a, b, c, d doit satisfaire au système suivant :
$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ 12a - 4b + c = 1 \\ 64a + 16b + 4c + d = 4 \\ 48a + 8b + c = -1 \end{cases}$$

2- Soit la matrice $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$. Le système précédent est équivalent à l'équation matricielle : $A X = B$

Ecrire les matrices A et B et donner leur taille.

3- Ecrire X en fonction de A et B . Utiliser Géogébra pour déterminer les 4 inconnues a, b, c, d

4- Donner alors l'expression $f(x)$. Saisir cette expression sur calculatrice avec la fenêtre graphique $-3 < x < 6$ et $-3 < y < 6$ et tracer précisément la courbe obtenue ci-dessous :

