NOMBRES COMPLEXES

Nom :

EXERCICE 1 : *(3 pts)* Soit les nombres complexes : $z_A = 2\,e^{i\frac{-\pi}{6}}$ et $z_B = \sqrt{2}\,e^{i\,\frac{3\pi}{4}}$

Donner les formes trigonométrique et algébrique de ces nombres.

EXERCICE 2 : *(11 pts)* Soit les nombres complexes : $z_A = -3i$ et $z_B = 2 + 2i$

1- Tracer les vecteurs images de z_A et z_B dans un repère.

2- Comment appelle-t-on le nombre complexe $\overline{z_B}$? Calculer le produit $z_B \times \overline{z_B}$

3- Calculer sous forme algébrique $z_C = z_A \times z_B$ et $z_D = \frac{z_A}{z_B}$

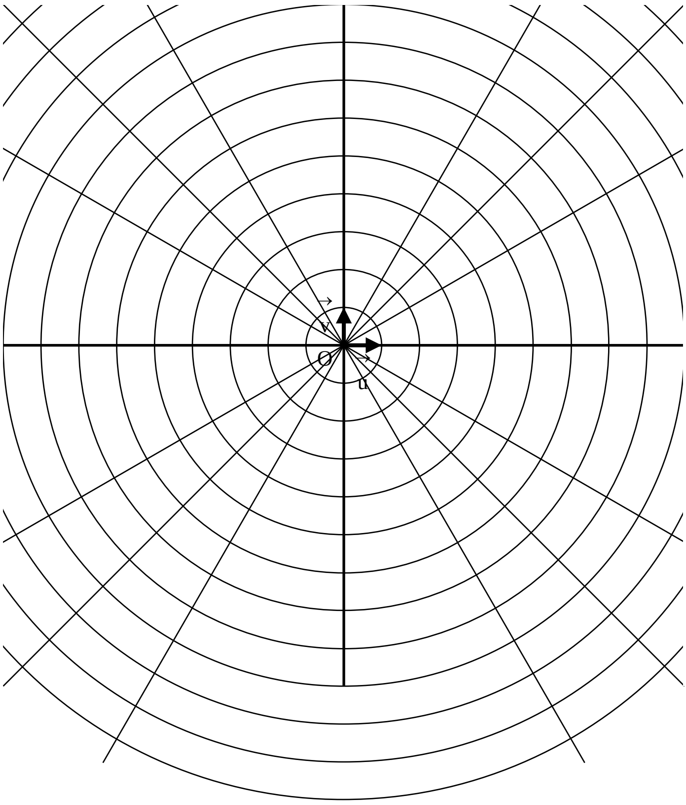
4- Déterminer **sans justifier** le module et l'argument de z_A. Donner l'écriture exponentielle de z_A

5- Déterminer **en justifiant**, le module et l'argument de z_B (tracer cercle trigo). Donner l'écriture exponentielle de z_B

6- Calculer sous forme exponentielle
$z_C = z_A \times z_B$ et $z_D = \frac{z_A}{z_B}$

7- Montrer que : $z_D = \frac{3\sqrt{2}}{4}\,e^{\frac{-3\pi}{4}i}$

8- Tracer les vecteur images de z_C et z_D dans le plan complexe ci-contre.
Les résultats sous forme exponentielle (question 6) et algébrique (question 3) sont-ils cohérents ?



EXERCICE 3 : *(6 pts)* On considère les nombres complexes $\boldsymbol{z = \sqrt{3} + i}$ et $\boldsymbol{z' = 1 + i}$

1) Calculer $z \times z'$ sous forme algébrique et montrer que : $z \times z' = \left(\sqrt{3} - 1\right) + i\,(\sqrt{3} + 1)$

2) Calculer module et argument de z et de z' en donnant les étapes du calcul (avec cercle trigo à main levée) et écrire ces nombres sous forme exponentielle.

3) Calculer $z \times z'$ sous forme exponentielle. En déduire que $\cos\left(\frac{5\,\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. Calculer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{5\,\pi}{12}\right)$.