TD – T2d2

Fonction e^x

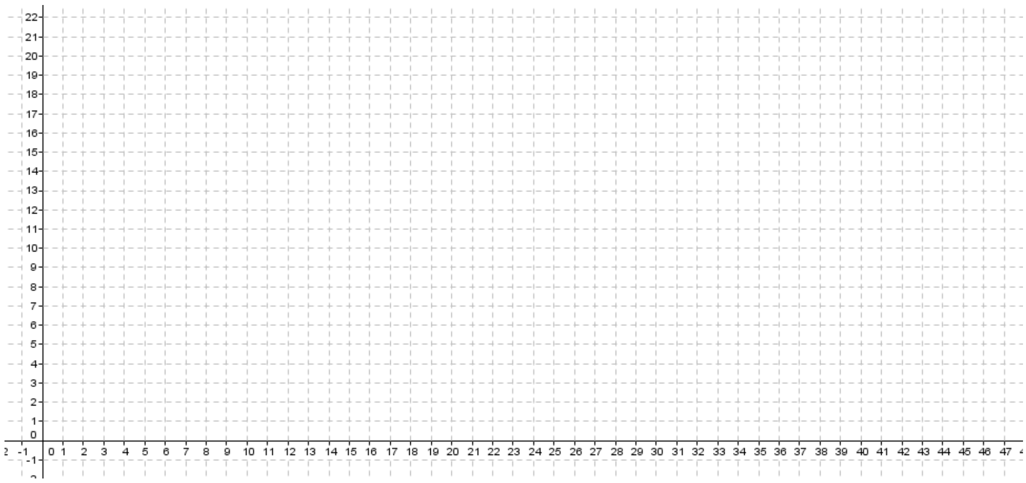
EXERCICE 1 : La température dans une habitation est de 20°C. On éteint le chauffage au temps $t = 0$. La température extérieure est supposée être constante et égale à 11 °C. On admet que la fonction f suivante, permet de connaître la température (en °C) au temps t exprimé en heures :

$$\text{pour} \quad t \in [0\,;\,+\infty[\quad ; \qquad f(t) = 9\,e^{-0.1\,t} + 11$$

1- Calculer $f(0)$ et $f(10)$, arrondi à 0.1 près
2- Déterminer en justifiant, la limite de la fonction f en $+\infty$. Donner une interprétation graphique de ce résultat par rapport à la courbe C_f représentative de f.

3- Calculer $f'(t)$. Etudier le signe de $f'(t)$. Construire le tableau de variation de la fonction f et tracer rapidement ci-dessous, la courbe C_f :

4- Déterminer le temps t , à partir duquel la température $f(t)$ devient inférieure à 14°C



EXERCICE 2 : Injection médicament

A l'instant $t = 0$, on injecte à un malade une substance médicamenteuse qui est ensuite progressivement éliminée. On désigne par $c(t)$ la concentration de la substance en mg/L dans le sang, présente à l'instant t, exprimé en heures. On suppose qu'à chaque instant t, $c(t) = 80\,e^{-0,2\,t}$

1- Tracer la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle [0 , 24] heures (1cm = 2 heures – 1cm = 10 mg/L)
2- Déterminer la limite $\lim\limits_{t\to\infty} c(t)$ par lecture graphique. Justifier la valeur trouvée à partir de l'expression de $c(t)$.
3- Au bout de combien d'heures la concentration de substance est-elle inférieure à 10 % de sa valeur de départ ?

EXERCICE 3 : Prolifération d'une algue

La quantité $Q(t)$ en kg d'une algue prolifère en méditerranée de manière inquiétante. Trouvant dans les eaux tempérées de la méditerranée un terrain favorable à son développement, la vitesse $Q'(t)$ de son développement est proportionnelle à la quantité $Q(t)$ à l'instant t exprimé en jours. Plus cette quantité est importante, plus la vitesse Q'(t) est importante. Ce processus conduit à une prolifération rapide. On suppose que $Q(t) = 30\,e^{0,1t} - 20$

1- Tracer la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle [0 , 60] jours (1cm = 5 jours – 1cm = 1000 kg)
2- Au bout de combien de jours la quantité d'algues dépasse t'elle les 2000 kg ?, les 2000 tonnes ?, les 2M de tonnes
3- Déterminer la limite $\lim\limits_{t\to\infty} Q(t)$ par lecture graphique

EXERCICE 4 : Chute d'une bille dans une éprouvette pleine d'huile

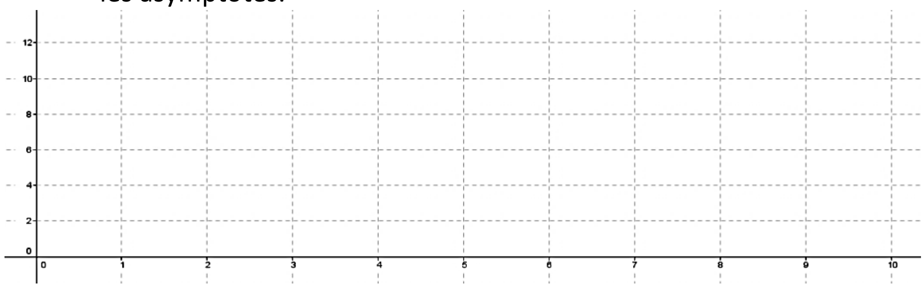
A l'instant $t = 0$, une bille est lâchée sans vitesse initiale, dans une éprouvette de 80 cm de haut, remplie d'huile.

On note $v(t)$ la vitesse instantanée de cette bille en cm/s, au temps t, exprimé en secondes. On admet que la fonction v est définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et

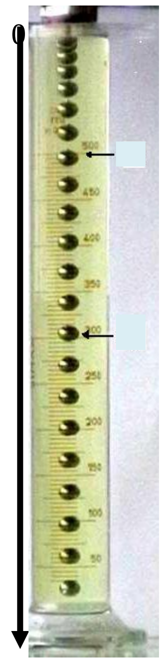
$$v(t) = -12\,e^{-2{,}5t} + 12$$

La bille étant lâchée sans vitesse initiale au temps $= 0$, on a : $v(0) = 0$

1- Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction v sur l'intervalle $[0\,;10]$. Définir les asymptotes.



2- Déterminer à quel instant t, la bille atteint 90 % de sa vitesse limite.



$x(t)$

EXERCICE 5 : Une entreprise fabrique des pièces de fontes pour l'industrie automobile. Au temps $t = 0$, on verse dans un moule de la fonte liquide, qui est à ce moment à une température de 1400 °C. On attend ensuite que la fonte se refroidisse, les moules étant entreposés dans une pièce dont la température est maintenue à 30 °C.

On suppose que durant ce refroidissement, la température de la fonte est donnée par une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par : $f(t) = Ke^{-0{,}065\,t} + 30$ où K est une constante que l'on déterminera dans les questions qui suivent :

1- Utiliser une donnée de cet énoncé pour montrer que : $K = 1370$

2- Déterminer en justifiant correctement la valeur de $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)$

3- Calculer $f'(t)$ et en étudier le signe. Construire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 6 : Soit la fonction f définie par : $f(x) = 3e^{2x} - 6e^{x} + 2$.

1- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2- Montrer que $f'(x) = 6e^{x}(e^{x} - 1)$

3- En déduire la valeur de x pour laquelle la fonction f présentera un maximum ou un minimum. Construire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 7 : Soit la fonction f définie par $f(x) = 2 + e^{-0.2x}$ et dont la courbe représentative est donnée sur le graphe ci-contre :

1- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2- Déterminer l'expression de $f'(x)$

3- Calculer $f'(0)$. Utiliser cette valeur pour tracer ci-dessus avec précision la droite tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 0$.

4- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.