EXPONENTIELLE ET LOGARITHMES

Exercice 1.: Fonction log

1- Quel lien existe-t-il entre la fonction ln et la fonction log ?

2- Exprimer $10\log(2a)$ en fonction de $\log(a)$

3- Le pH d'un liquide permet de connaître le nombre n de moles d'ions H_3O^+ contenues dans 1 litre de ce liquide. On a la relation : $n = 10^{-pH}$

a. Calculer n avec une précision au centième, pour de l'acide sulfurique qui a un pH égal à 1,7

b. Calculer avec une précision au centième, le pH pour du jus de citron qui a une concentration $n = 0{,}000000316\ mol/l$

Exercice 2.: Résolution d'équation

1- Résoudre l'équation $-75\ln(x) = 150$, avec une précision au millionième.

2- Résoudre l'inéquation $50 \times 0{,}99^n < 10$, avec une précision au centième.

Exercice 3.: Relation fonctionnelle de la fonction ln

1- Exprimer en fonction de $ln(2)$, le nombre $2\ln\left(\frac{1}{4}\right) + \ln(8)$. Vérifier le résultat avec la calculatrice.

2- Sans calculatrice, calculer : $\ln(e^3)$; $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$ et $\ln\left(\frac{1}{e^3}\right)$. Vérifier les résultats avec la calculatrice.

Exercice 4.: On considère les fonctions f et g définies sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \ln(x)$ et $g(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

1- Tracer au mieux les courbes représentatives C et C' de f et g pour $0 < x < 10$ et $-5 < y < 5$

2- Quel lien existe-t-il entre les courbes C et C' ?

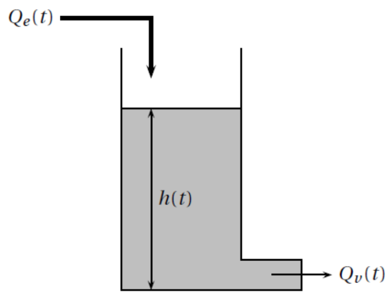
Exercice 5.: Relations fonctionnelles de la fonction log

Exprimer en fonction de $\log(A)$ où A est un nombre réel à préciser, le nombre $\log(a) - 3\log(ab) + 2\log(b)$, avec a et b qui sont deux nombres réels strictement positifs.

Exercice 6.: Echelle logarithmique

Mettre ci-dessous les graduations 1 ; 5 ; 10 ; 50 ; 100 ; 500 ; 1000 ; 5000 ; 10000 d'une échelle logarithmique sur l'axe des abscisses pour $1 < x < 10\,000$ en prenant 5 cm pour l'intervalle $[1\,;10]$.

Exercice 7.: A l'instant $t = 0$, un réservoir initialement vide, commence à se remplir (débit d'eau $Q_e(t)$). Une partie de l'eau s'échappe directement (fuite : débit d'eau $Q_s(t)$) .



On note $h(t)$ la hauteur du niveau d'eau exprimé en m, au temps t, exprimé en secondes. On admet que :

pour $t \in [0\,;\,+\infty[$; $h(t) = 0{,}1 - 0{,}1\,e^{-0{,}25\,t}$

1- Déterminer la limite de la fonction h pour $t \to +\infty$

2- Calculer $h'(t)$ et donner le tableau de variation de cette fonction

3- Résoudre l'équation $h(t) = 0{,}05$ afin de déterminer le temps pour que la hauteur du niveau d'eau atteigne 0,05 m.