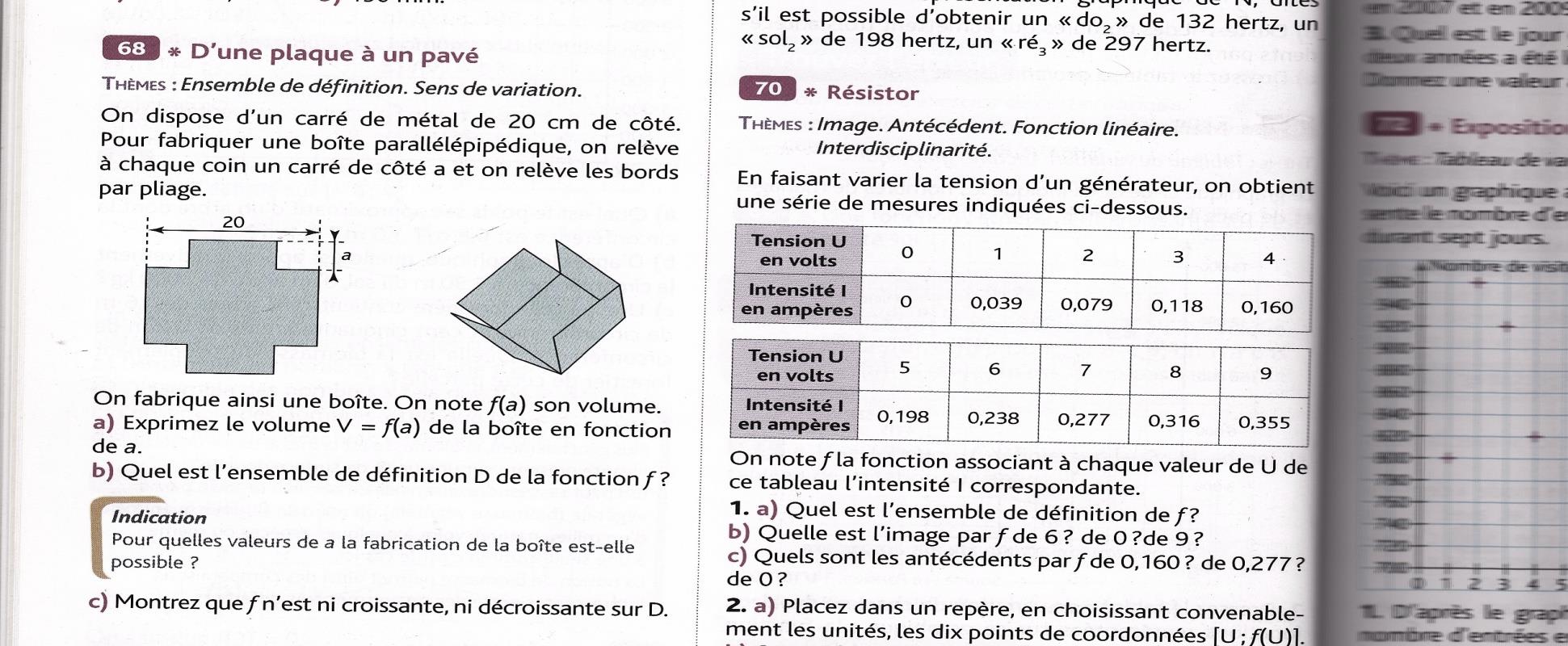
Chapitre 5 - Modéliser par une fonction

# **Exemple :** Construction d’une boite

On veut fabriquer une boite parallélépipédique de hauteur à partir d’une feuille de carton de 20 cm sur 20 cm. Cette boite servira d’emballage pour recevoir du sucre en poudre.



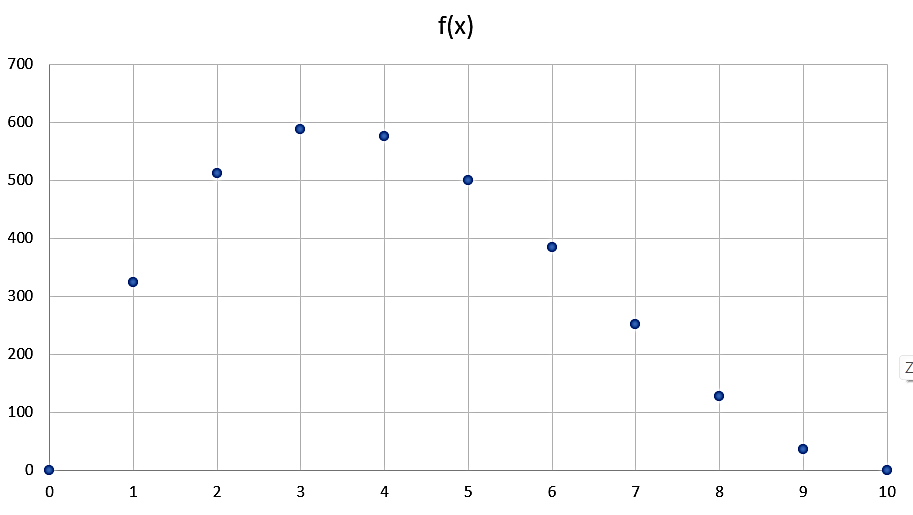
Question : Pour quelle hauteur , le volume de la boite sera maximal ?

Méthode utilisée :

* + On détermine une formule qui donne le volume en fonction de  :
  + Pour étudier l’évolution de ce volume en fonction de , on invente une fonction que l’on définit ici par :
  + On utilise cette formule pour calculer à la main, les images pour différentes valeurs de  :

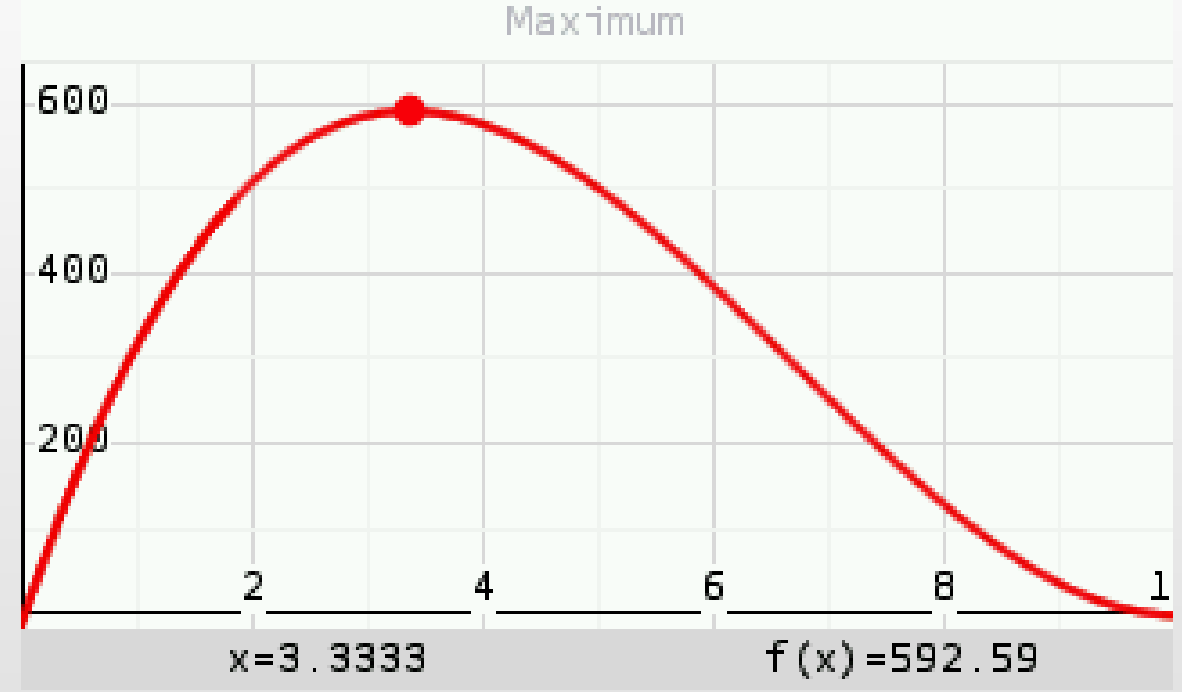
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Détail du calcul de | Résultat du calcul de |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

* + On trace la courbe représentative de cette fonction :



Point de coordonnées :

Point de coordonnées :

* + Le nombre de points tracés est insuffisant et nous permet pas de déterminer avec certitude la hauteur pour laquelle le volume est maximal. On utilise le module graphique d’une calculatrice pour y arriver.

En utilisant la fonctionnalité MAX de la calculatrice, on détermine avec une bonne précision, la hauteur qui permet d’avoir une valeur maximale.

* + On conclut :

***« La boite fabriquée à partir d’une feuille carrée de 20 cm de côté, aura un volume maximal pour une hauteur  » .***

Ce volume est alors égal à  :

Point Cours :

* **Définition d’une fonction** : Une fonction permet d’associer un nombre à un autre nombre, noté  :
* **Ensemble de définition** : Dans la plupart des cas, une fonction n’est définie que pour certaines valeurs de . Par exemple, pour la fonction précédente qui donne le volume de la boite, l’ensemble de définition correspond à tous les nombres compris entre 0 et 10 :

On écrit «  *est définie pour*  »

Ou

« *L’ensemble de définition de est l’intervalle*  »

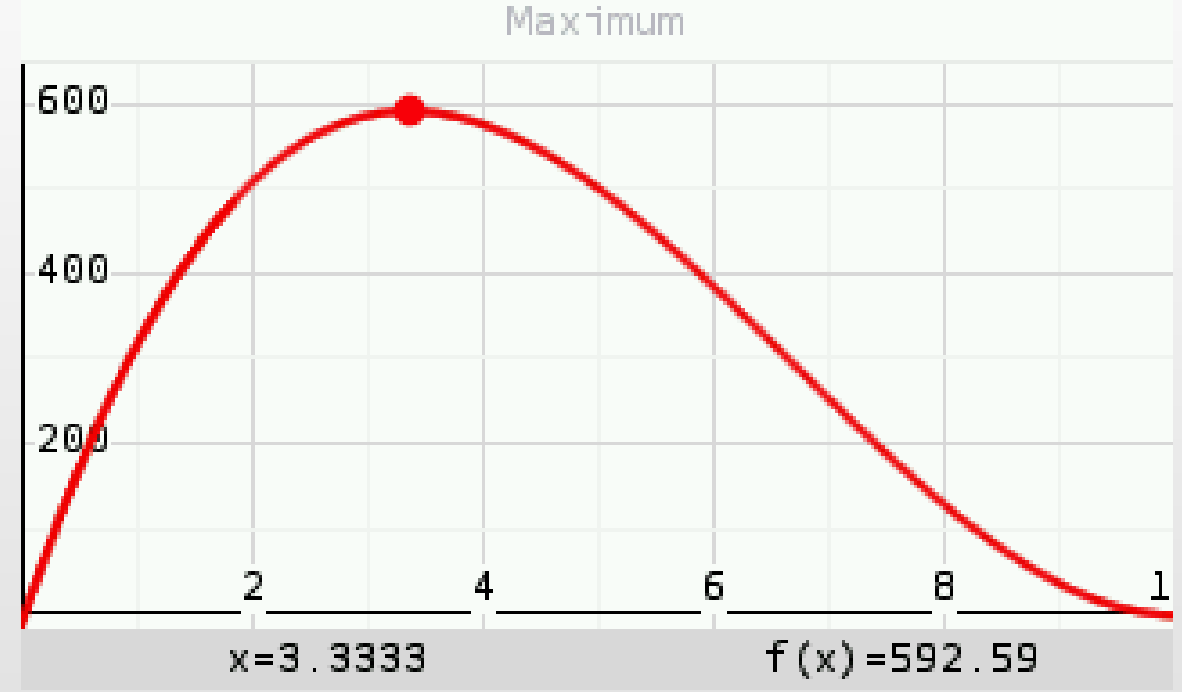
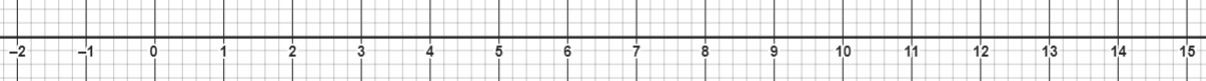
* **Courbe représentative d’une fonction** :

La courbe est l’ensemble des

points du plan, qui ont leurs coordonnées qui sont telles que :

est appelé

est appelé

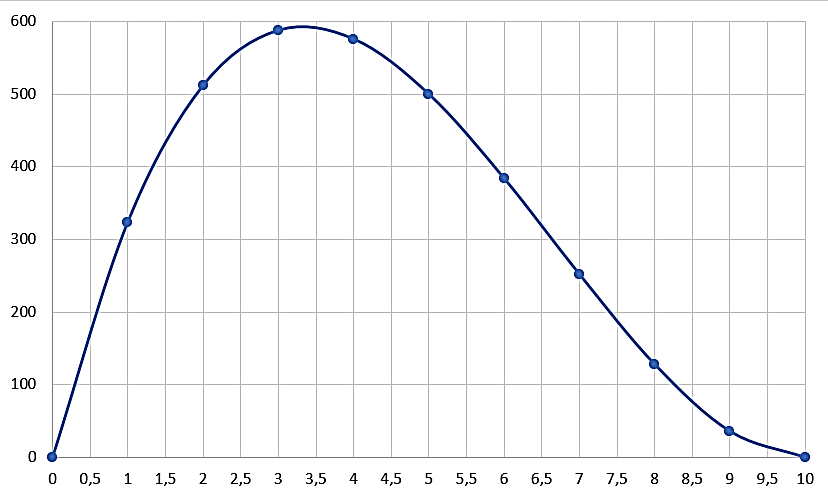


# **Equations résolues graphiquement :**

*Enoncé* : Soit la fonction définie sur l’intervalle par . Résoudre graphiquement l’équation .

*Méthode utilisée* : Résoudre cette équation, consiste à déterminer graphiquement la ou les valeurs de comprises entre 0 et 10 et qui permettent d’avoir .

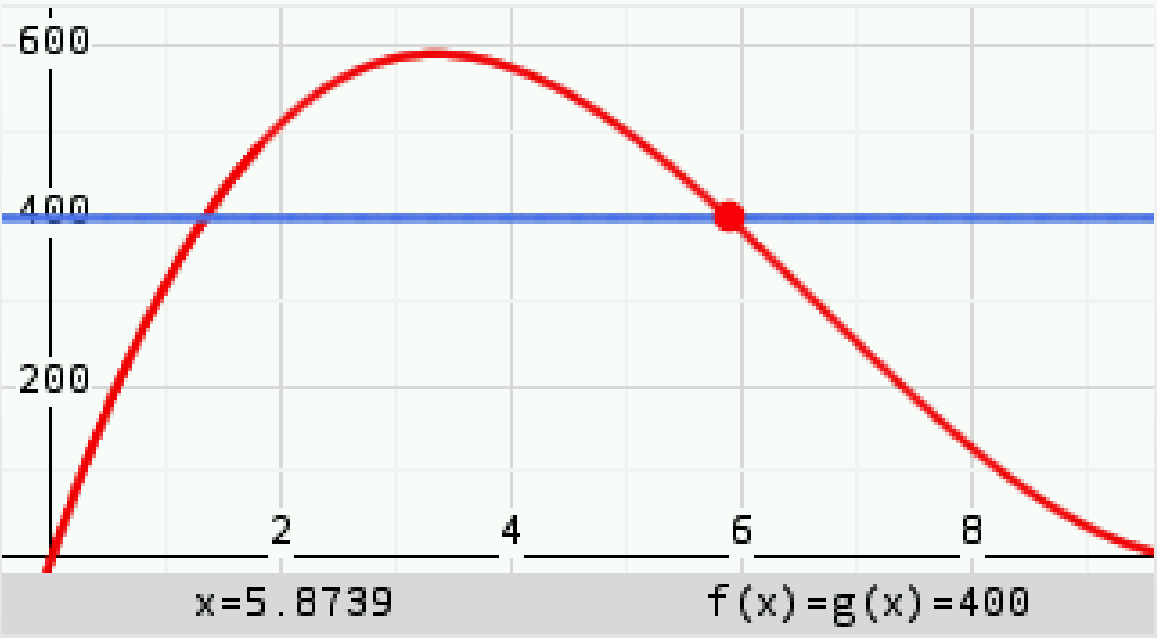
On peut déterminer les solutions en réalisant la construction graphique suivante :

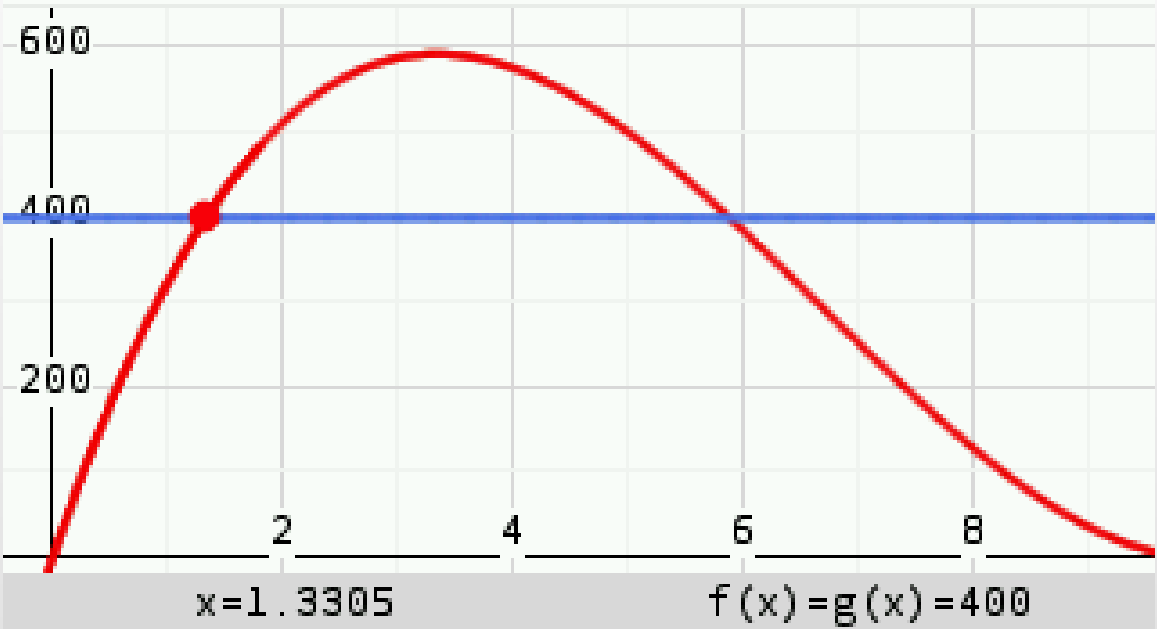


On identifie deux valeurs de pour lesquelles on a  :

On peut écrire le résultat de plusieurs façons :

* + si
  + L’ensemble S des solutions de l’équation est

On peut déterminer la valeur de ces solutions de manière plus précise en utilisant sa calculatrice. On y trace la courbe de la fonction et celle d’une autre fonction définie par . On retrouve ainsi sur calculatrice, le tracé précédent. En utilisant la fonctionnalité ***Intersection*** de votre calculatrice, vous obtenez les coordonnées des points d’intersection des deux courbes :



Ainsi, on peut donner l’ensemble des solutions de cette équation avec une précision à 0,0001 près :

L’ensemble S des solutions de l’équation est

# **Equations résolues algébriquement :**

*Enoncé* : Soit la fonction définie sur l’intervalle par . Résoudre algébriquement l’équation  :

*Méthode utilisée* : Résoudre cette équation, consiste à déterminer les valeurs de comprises entre 0 et 10 et qui permettent d’avoir et donc .

Point Cours :

L’équation est ce que l’on appelle une

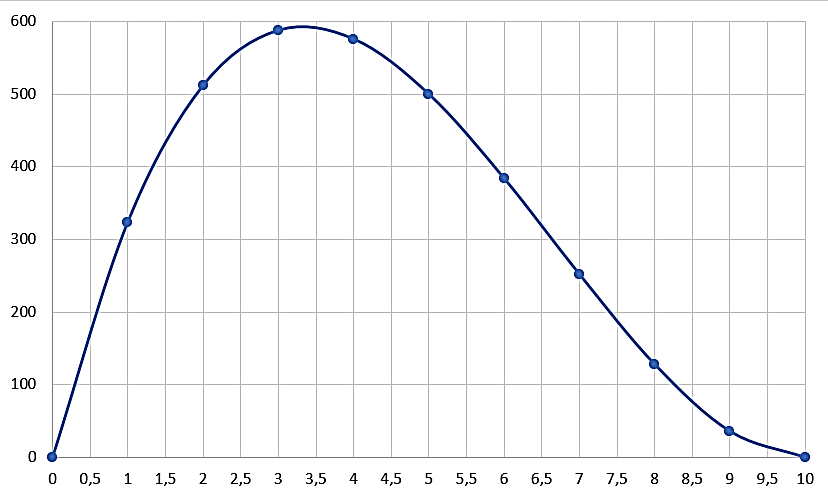
Ce type d’équation se présente sous la forme d’un produit de plusieurs facteurs dont le résultat est égal à 0. Ce produit ne peut être nul que si au-moins un des facteurs est nul. On peut donc écrire :

# **Inéquations résolues graphiquement :**

*Enoncé* : Soit la fonction définie sur l’intervalle par . Résoudre graphiquement l’inéquation .

*Méthode utilisée* : Résoudre cette équation, consiste à déterminer graphiquement les valeurs de comprises entre 0 et 10 et qui permettent d’avoir .

On peut déterminer les solutions en réalisant la construction graphique suivante :



On peut écrire le résultat de plusieurs façons :

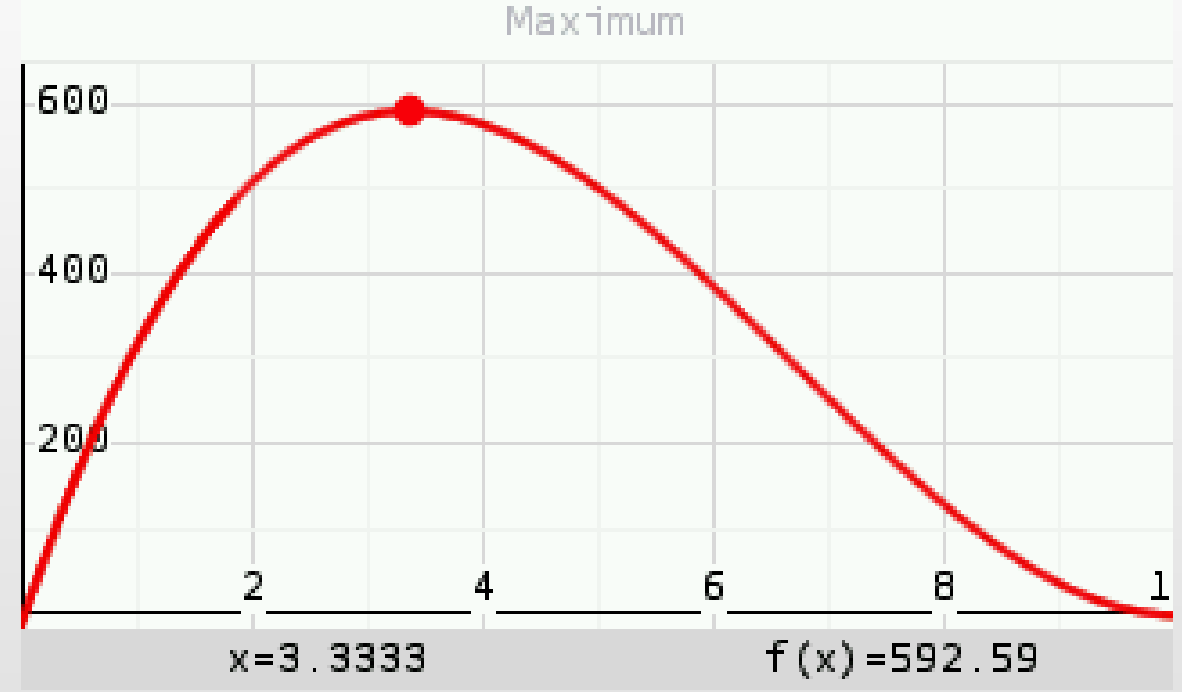
* + si
  + L’ensemble S des solutions de l’équation est
  + L’ensemble S des solutions de l’équation est

Point Cours :

* Résoudre une équation , veut dire chercher toutes les valeurs de pour lesquelles .
* Résoudre une inéquation , veut dire chercher toutes les valeurs de pour lesquelles .
* Pour définir l’ensemble des solutions, il y a plusieurs écritures :
  + - Pour un nombre fini de valeurs :
    - Pour un nombre infini de valeurs, comprises entre 2 nombres  et  par exemple, on peut écrire :
      * ou bien
      * ou bien
      * ou bien
      * ou ce qui est pareil d’écrire

# **Sens de variations d’une fonction :**

# **Sens de variations d’une fonction :**



Soit la fonction définie sur l’intervalle par .

On a vu précédemment, que le maximum de cette fonction est atteint pour .

On a alors  .

Point Cours :

* Si en augmentant la valeur de dans un intervalle, la valeur de augmente aussi, on dit que la fonction est **croissante** sur cet intervalle.

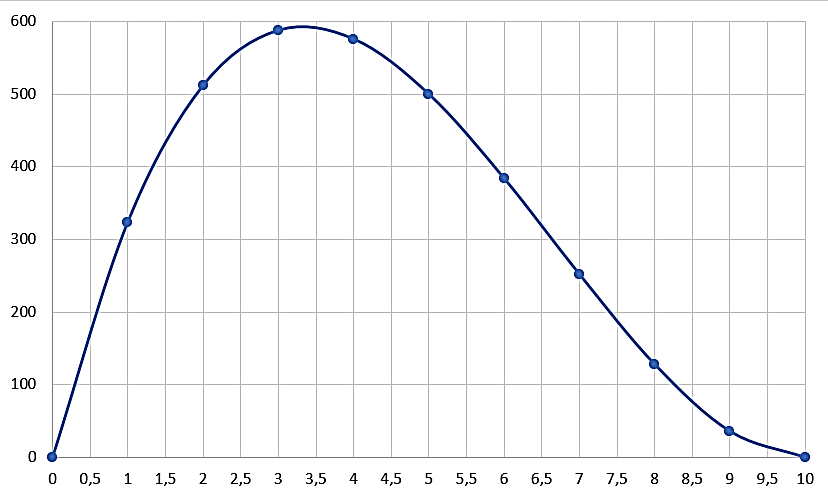
Mathématiquement cela se traduit par :

*Si lorsque , on a alors est croissante*

* Si en augmentant la valeur de dans un intervalle, la valeur de diminue, on dit que la fonction est dé**croissante** sur cet intervalle

Mathématiquement cela se traduit par :

*Si lorsque , on a alors est décroissante*



**3,3333**

|  |  |
| --- | --- |
| Sur l’intervalle | Sur l’intervalle |
| On a :  On constate que :  Donc la fonction est  sur l’intervalle | On a :  On constate que :  Donc la fonction est  sur l’intervalle |

On peut tracer ce que l’on appelle un tableau de variation de la fonction . Cela permet de repérer les variations de ainsi que les valeurs minimales et maximales de  :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |