

# Chapitre 7.

# STATISTIQUES

## 1- EXEMPLE 1 : STATISTIQUES SUR UNE SERIE DE NOTES COMPRISES ENTRE 0 ET 20

Exemple : Soit la série de valeurs suivante :

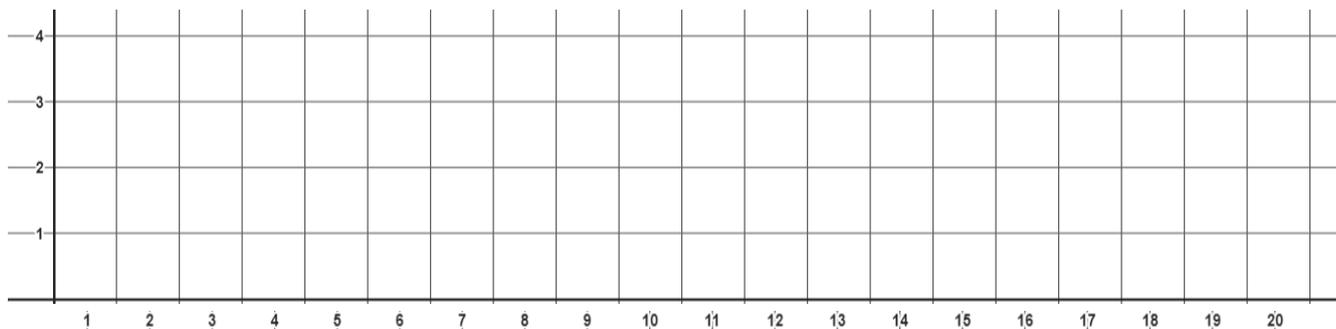


Contrôle de maths sur les statistiques en seconde 1			
<i>Melyssa</i>	12	<i>Zaky</i>	16
<i>Kamélia</i>	3	<i>Nathaël</i>	6
<i>Djihanne</i>	4	<i>Yann</i>	7
<i>Hugo</i>	16	<i>Abdelaziz</i>	20
<i>Malik</i>	4	<i>Louise</i>	4
		<i>Morgan</i>	20
		<i>Théo</i>	4
		<i>Kathleen</i>	7
		<i>Kylian</i>	17

Comme certaines notes se répètent, on peut les regrouper et par la même, trier cette série de valeurs :

Notes $x_i$									
Effectif $n_i$									

On peut tracer l'histogramme relatif à cette série :



La moyenne et l'écart-type permettent de mieux la résumer :

⇒ MOYENNE : moyenne des valeurs  $x_i$

$$\bar{x} = \underline{\hspace{15cm}}$$

$$\bar{x} = \underline{\hspace{15cm}}$$

$$\bar{x} = \underline{\hspace{3cm}}$$

⇒ VARIANCE : moyenne des écarts  $(x_i - \bar{x})^2$

$$V = \underline{\hspace{15cm}}$$

Notes $x_i$	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>20</b>
Effectif $n_i$	1	4	1	2	1	2	1	2
$(x_i - \bar{x})$ $\bar{x} = 10$								

$V =$  \_\_\_\_\_

$V =$  \_\_\_\_\_

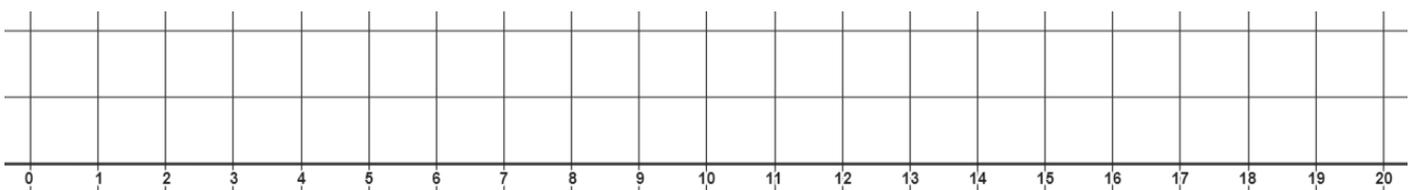
⇒ ECART-TYPE :  $\sigma = \sqrt{V} =$

On peut également résumer cette série de valeur en utilisant comme indicateurs l'ETENDUE, la MEDIANE et les QUARTILES. Pour cela, on doit tout d'abord **trier** la série de valeurs par ordre croissant :

3    4    4    4    4    6    7    7    12    16    16    17    20    20

Médiane Me :	Quartile Q1 :	Quartile Q3 :
<ul style="list-style-type: none"> <li>- 50 % des valeurs sont <math>\leq</math> à Me</li> <li>- 50 % des valeurs sont <math>\geq</math> à Me</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Au-moins 25% des valeurs sont <math>\leq</math> à Q1</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Au-moins 75% des valeurs sont <math>\leq</math> à Q3</li> </ul>

Le diagramme moustache permet de visualiser cette série de valeurs :



## 2- EXEMPLE 2 : STATISTIQUES SUR UNE SERIE DE SALAIRES DANS UNE ENTREPRISE



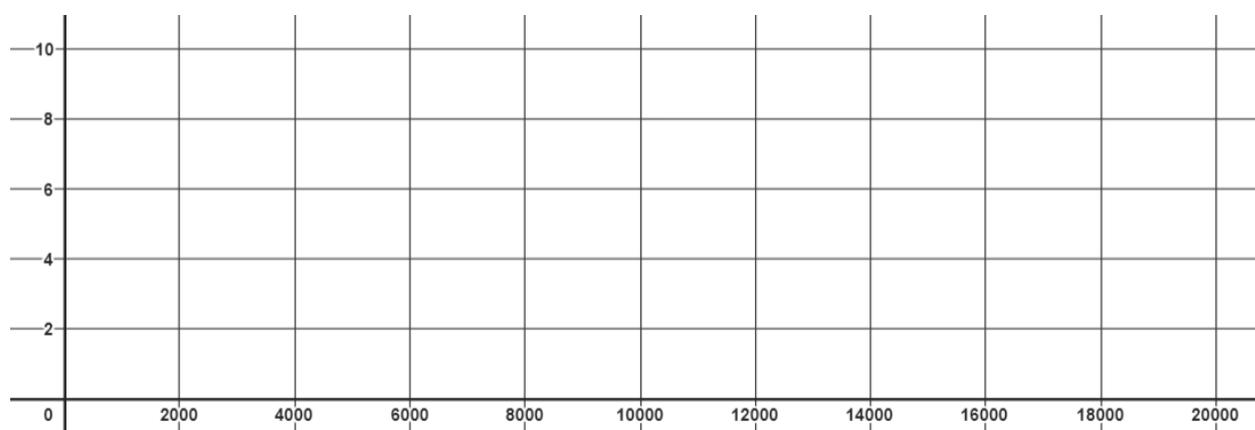
Exemple : Soit la série de valeurs suivante :

Salaire net mensuel en €, dans une entreprise ... très rentable						
<i>Agent 1</i>	1350 €		<i>Agent 4</i>	1350 €	<i>Agent 7</i>	1350 €
<i>Agent 2</i>	1350 €		<i>Directrice R.H</i>	5200 €	<i>Agent 8</i>	1350 €
<i>PDG</i>	17 300 €		<i>Agent 5</i>	1350 €	<i>Agent 9</i>	1350 €
<i>Agent 3</i>	1350 €		<i>Agent 6</i>	1350 €		

Comme certains salaires se répètent, on peut les regrouper et par la même, trier cette série de valeurs :

Salaires $x_i$			
Effectifs $n_i$			

On peut tracer l'histogramme relatif à cette série :



La moyenne et l'écart-type permettent de mieux la résumer :

⇒ MOYENNE : moyenne des valeurs  $x_i$

$$\bar{x} = \underline{\hspace{15cm}}$$

$$\bar{x} = \underline{\hspace{5cm}}$$

⇒ VARIANCE : moyenne des écarts  $(x_i - \bar{x})^2$

$$V = \underline{\hspace{15cm}}$$

$$V = \underline{\hspace{5cm}}$$

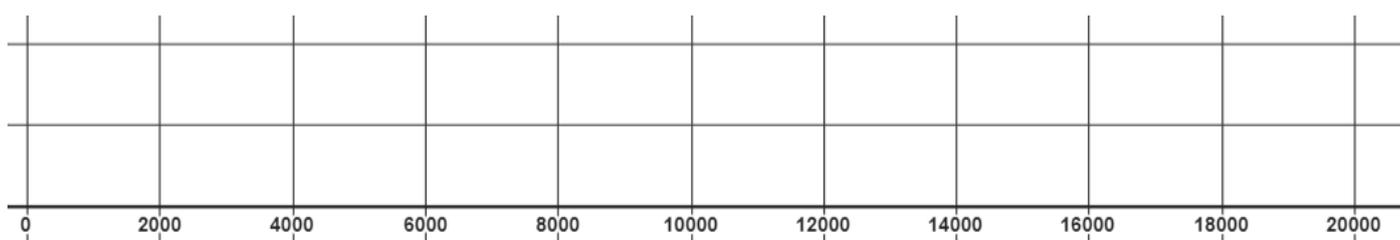
⇒ ECART-TYPE :  $\sigma = \sqrt{V} =$

On peut également résumer cette série de valeur en utilisant comme indicateurs l'ETENDUE, la MEDIANE et les QUARTILES :

1350 1350 1350 1350 1350 1350 1350 1350 1350 5200 17300

Médiane Me :	Quartile Q1 :	Quartile Q3 :
<ul style="list-style-type: none"> <li>- 50 % des valeurs sont <math>\leq</math> à Me</li> <li>- 50 % des valeurs sont <math>\geq</math> à Me</li> </ul>	Au-moins 25% des valeurs sont $\leq$ à Q1	Au-moins 75% des valeurs sont $\leq$ à Q3

Le diagramme moustache permet de visualiser cette série de valeurs :



### 3- DEFINITIONS A CONNAITRE :

#### a. INDICATEURS DE POSITION :

##### Définition

La **moyenne** de la série statistique de valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_p$  et d'effectifs respectifs  $n_1, n_2, \dots, n_p$  est le nombre :  $\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$ .

Valeurs	$x_1$	$x_2$	...	...	$x_p$
Effectifs	$n_1$	$n_2$	...	...	$n_p$

##### Définition

La **médiane**  $Me$  d'une série statistique de  $n$  valeurs **ordonnées** est :  
 - la valeur centrale si  $n$  est impair ;  
 - la demi-somme des deux valeurs situées « au milieu » si  $n$  est pair.

$x_1$	$x_2$	...	...		...	...	$x_n$
50 % des valeurs de la série				$Me$	50 % des valeurs de la série		

## b. INDICATEURS DE DISPERSION :

### Définition

L'**écart type** de la série statistique de valeurs  $x_1, x_2, \dots, x_p$  et d'effectifs respectifs  $n_1, n_2, \dots, n_p$  est le nombre  $\sigma$  (lire « sigma ») :

Valeurs	$x_1$	$x_2$	...	...	$x_p$
Effectifs	$n_1$	$n_2$	...	...	$n_p$

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}}$$

### Définition

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

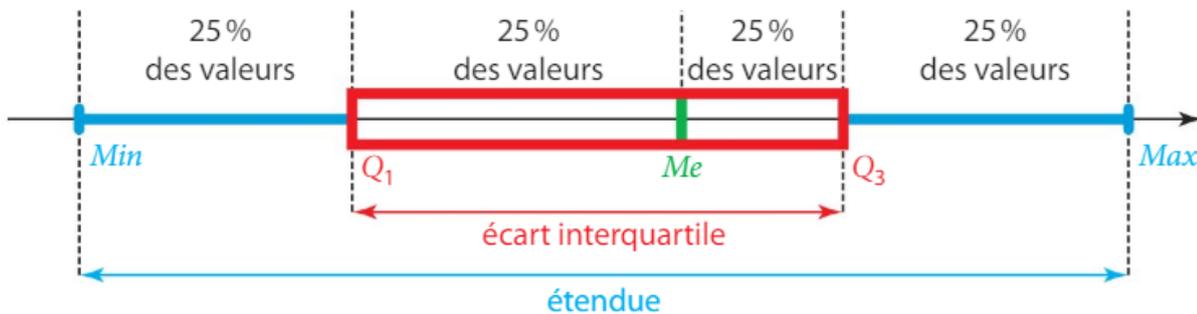
### Définitions

On appelle **premier quartile**, noté  $Q_1$ , la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des valeurs lui soient inférieures ou égales.

On appelle **troisième quartile**, et noté  $Q_3$ , la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des valeurs lui soient inférieures ou égales.

L'**écart interquartile** est la différence  $Q_3 - Q_1$ .

Boite à moustache :



## 4- STATISTIQUES SUR CALCULATRICE : VOIR MODE D'EMPLOI DANS LE LIVRE

Les indicateurs de moyenne, d'écart-type, de médiane, quartiles, ... , peuvent être calculés avec votre calculatrice. Les procédures pour réaliser ces calculs statistiques, sont données dans votre livre. Elles dépendent de votre calculatrice.

- NUMWORKS : sur la couverture cartonnée avant du livre
- TI : sur la couverture cartonnée avant du livre
- CASIO : sur la couverture cartonnée arrière du livre

## 5- PROPRIETE DE LINEARITE SUR LA MOYENNE :

### a. EXEMPLE : STATISTIQUES SUR UNE SERIE DE NOTES SUR 20

Soit la série de notes suivantes :

Notes $x_i$	3	7	9	12	15
-------------	---	---	---	----	----

⇒ MOYENNE : moyenne des valeurs  $x_i$

Soit la série de notes  $y_i$  obtenues en ajoutant 2 à chaque note de la série  $x_i$  :  $y_i = x_i + 2$

Notes $y_i$					
-------------	--	--	--	--	--

⇒ MOYENNE : moyenne des valeurs  $y_i$

⇒ Comparaison de  $\bar{y}_i$  et de  $\bar{x}_i + 2$  :

- $\bar{y}_i =$
- $\bar{x}_i + 2 =$

**+2**

Soit enfin la série de notes  $z_i$  obtenues en multipliant par 1,2 les valeurs de la série  $x_i$  :  $z_i = x_i \times 1,2$

Notes $z_i$					
-------------	--	--	--	--	--

⇒ MOYENNE : moyenne des valeurs  $z_i$

⇒ Comparaison de  $\bar{z}_i$  et de  $\bar{x}_i \times 1,2$  :

- $\bar{z}_i =$
- $\bar{x}_i \times 1,2 =$

**20%**

### b. PROPRIETE A CONNAITRE :

#### Propriété de linéarité :

- Si on ajoute un même nombre  $A$  à toutes les valeurs d'une série, alors pour obtenir la moyenne de cette nouvelle série, il suffit d'ajouter  $A$  à la moyenne précédente.
- Si on multiplie toutes les valeurs d'une série par un même nombre  $A$ , alors pour obtenir la moyenne de cette nouvelle série, il suffit de multiplier par  $A$  la moyenne précédente.