Chapitre 8 - FONCTIONS AFFINES

# **Définition et propriétés vues en collège :**

Point Cours :

Définition :

Une fonction $f$ est dite « *affine* » si la relation qui lie $f(x)$ et $x$ est du type

$$f\left(x\right)=m x+p$$

$m$ et $p$ étant des nombres quelconques.

Propriété 1 :

Si une fonction est affine ALORS sa courbe représentative est une droite.

Propriété 2 :

Si la courbe représentative d’une fonction est une droite ALORS cette fonction est affine.

$$\vec{i}$$

$$\vec{j}$$

$$y \vec{j}$$

$$x \vec{i}$$

Exemple : Soit la fonction définie pour $x\in \left]-\infty ; +\infty \right[$ par $f\left(x\right)=0,5 x-3$ .

⇨ Compléter ci-dessous le tableau de valeur et tracer la courbe représentative de $f$ :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$-4$$ | $$-2$$ | $$0$$ | $$2$$ | $$4$$ | $$6$$ | $$8$$ | $$10$$ | $$12$$ | $$14$$ | $$16$$ |
| $$f(x)$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



Pour tracer la droite précédente, on a repéré de nombreux points. Mais dans ce cours, c’était uniquement pour vérifier que ces points étaient alignés, ce qui permet de constater que la courbe était bien une droite.

*Et combien de points faut-il pour tracer une droite ?*

Et oui, comme $f\left(x\right)=-0,5 x+3 $est une fonction affine, on sait d’avance que sa courbe est une droite. Il suffit dont de repérer 2 points et de tracer ensuite la droite.


# **Comment calculer** $m$ **et** $p$ **à partir de 2 points de la droite :**

Soit une fonction affine définie par $f\left(x\right)=m x+p$ . Pour tracer sa droite représentative, on positionne 2 points $A$ et $B$ de cette droite, d’abscisses respectives $x\_{A}$ et $x\_{B}$ . Ces points appartiennent à la droite représentative de $f$, on peut ainsi calculer leurs ordonnées :

$$x\_{B}$$

$$f(x\_{B})$$

$$)$$

$$f(x\_{A})$$

$$)$$

$$x\_{A}$$

$f(x\_{A})=m x\_{A} +p$ et $f(x\_{B})=m x\_{B} +p$

Si on calcule la différence des ordonnées des points $A$ et $B$, on obtient :

$f\left(x\_{B}\right)-f\left(x\_{A}\right)=$

$f\left(x\_{B}\right)-f\left(x\_{A}\right)=$

$f\left(x\_{B}\right)-f\left(x\_{A}\right)=$

En divisant chaque membre par la différence ($x\_{B}-x\_{A})$ , on obtient la valeur de $m$ :

$$\frac{f\left(x\_{B}\right)-f\left(x\_{A}\right)}{\left(x\_{B}-x\_{A}\right) } = m$$

$m$ étant à présent connu, on peut trouver la valeur de $p$ facilement en utilisant les relations $f(x\_{A})=m x\_{A} +p$ ou $f(x\_{B})=m x\_{B} +p$ :

* + - * + Soit on calcule $p$ en écrivant :
				+ Soit on calcule $p$ en écrivant :

Point cours :

Soit une fonction affine $f$. Si on connait les coordonnées de 2 points $A(x\_{A}$ **,** $f(x\_{A}))$et $B(x\_{B}$ **,** $f(x\_{B}))$de sa droite représentative, on peut calculer les valeurs des nombres $m$ et $p$ de la relation :

$$f\left(x\right)=m x+p$$

* + Pour trouver la valeur du nombre $m$, on écrit :

$$m = \frac{f\left(x\_{B}\right)-f\left(x\_{A}\right)}{x\_{B}-x\_{A}} = \frac{y\_{B}-y\_{A}}{x\_{B}-x\_{A}} = \frac{Δy}{Δx} $$

* + Pour trouver la valeur du nombre $p$, on écrit  $p= f\left(x\_{A}\right)-m x\_{A}$
	+ Si $x\_{A}=0$, cette dernière relation donne : $p= f\left(0\right)-m ×0=f(0)$

$$\vec{i}$$

$$\vec{j}$$

$$y \vec{j}$$

$$x \vec{i}$$





# **Premier exercice :**

$$x$$

$$f(x)$$

La droite représentative d’une fonction affine passe par les points $A$ et $B$ de coordonnées $A(-2 ; -1)$ et $B(3 ;1)$.

1. Calculer le coefficient directeur $m$ :
2. Calculer l’ordonnée à l’origine $p$ :
3. Tracer la courbe représentative de $f$sur votre calculatrice

# **deuxième exercice :**

$$x$$

$$f(x)$$

La droite représentative d’une fonction affine passe par les points $A$ et $B$ de coordonnées $A(-2 ; 3)$ et $B(3 ;-1)$.

1. Calculer le coefficient directeur $m$ :
2. Calculer l’ordonnée à l’origine $p$ :
3. Tracer la courbe représentative de $f$sur votre calculatrice

# **Variations d’une fonction affine :**

Point Cours :

Le sens de variation d’une fonction affine $f\left(x\right)=m x+p$ dépend du signe du coefficient directeur $m : $

  

$$\vec{i}$$

$$\vec{j}$$

$$y \vec{j}$$

$$x \vec{i}$$

# **Signe d’une fonction affine :**

$$x$$

$$f(x)$$

La droite représentative de la fonction $f$ définie par $f\left(x\right)=-0,8 x+1,4$ est donnée ci-contre :

La valeur $f(x)$ est nulle si :

$$-0,8 x+1,4=0$$

$$-0,8 x=$$

$$x=$$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ | $-\infty $ 1,75 +$\infty $ |
| Signe de $$f\left(x\right)=-0,8 x+3$$ |  + 0 -  |

On voit sur la courbe que la valeur de $f\left(x\right)$ est positive si $x<1,75$ et négative dans le cas contraire. Pour mieux voir si la valeur de $f(x)$ est positive, nulle ou négative, on trace souvent un tableau de signe :

Point Cours :

Pour tracer le tableau de signe d’une fonction affine $f\left(x\right)=m x+p$ on commence par résoudre l’équation $f\left(x\right)=0$ . Le tableau de signe de $f$ est alors l’un des 2 ci-dessous :

$$\vec{i}$$

$$\vec{j}$$

$$y \vec{j}$$

$$x \vec{i}$$


# **Exercice :**

Soit la fonction définie sur $f$ pour $x\in \left]-\infty ; +\infty \right[$ par $f\left(x\right)=0,5 x-3$ . Compléter ci-dessous, sans tracer de courbes, le tableau de signe de $f$ :

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  |
| Signe de $$f\left(x\right)=0,5 x-3$$ |   |

Sans réaliser de calcul, lire sur ce tableau le signe de $f(-48)$ , $f(6)$ , $f(2024)$ :