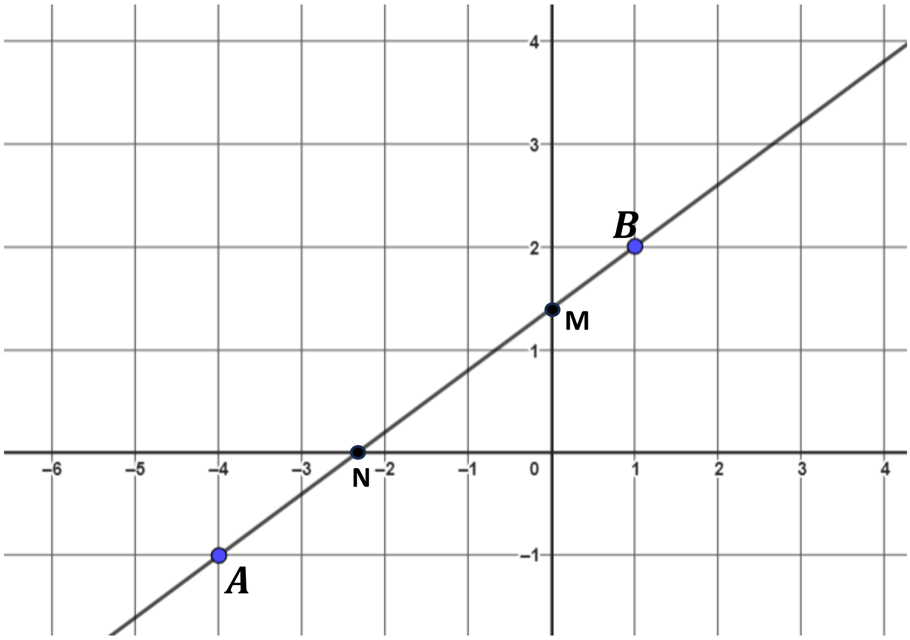
Exercice 1. :

Les points A et B ci-contre, ont des coordonnées entières.

La droite (AB) est la courbe représentative d'une fonction affine f qui donne l'évolution d'une température $f(x)$ en fonction du temps x en minutes.



1- Lire graphiquement les valeurs de $f(-4)$ et $f(1)$.

Les coordonnées des points A et B sont $A(-4\,;-1\,)$ et $B(1\,;2\,)$. On peut donc dire que $f(-4) = -1$ et $f(1) = 2$

2- Déterminer l'expression $f(x)$ de cette fonction f. Justifier précisément.

La courbe étant une droite, on peut dire que la fonction f est une fonction affine. On a: $f(x) = m\,x + p$

- On ne peut pas lire précisément l'ordonnée à l'origine p. On calculera p plus tard.
- Pour trouver le coefficient directeur m on prend 2 points quelconques de la droite, par exemple les points A et B. On a :

$$m = \frac{différence\ des\ ordonnées}{différence\ des\ abscisses}$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta \mathrm{x}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-(-1)}{1-(-4)} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

Finalement, on a : $f(x) = 0{,}6\,x + p$

Pour trouver la valeur de p on utilise le fait que $f(-4) = -1$ ou que $f(1) = 2$. Par exemple :

$f(1) = 2$ donne : $0{,}6 \times 1 + p = 2$

Soit : $0{,}6 + p = 2$

Soit : $p = 2 - 0{,}6 = 1{,}4$

Finalement, on peut dire que $f(x) = 0{,}6\,x + 1{,}4$

3- En déduire la température qu'il fera dans 2 mn $(x = 2)$

On a ainsi : $f(2) = 0{,}6 \times 2 + 1{,}4 = 1{,}2 + 1{,}4 = 2{,}6$
La température qu'il fera dans 2 mn est de 2,6°C

4- Déterminer les coordonnées précises du point M. Justifier.

Les coordonnées du point M sont $M(0\,;f(0))$. On a $f(0) = 0{,}6 \times 0 + 1{,}4 = 1{,}4$
Les coordonnées de M sont donc : $M(\,0\ \ ;\ \ 1{,}4\,)$

5- Calculer les coordonnées arrondies à 0,01 près, du point N. Justifier.

Le point N a comme coordonnées $N(\,x\,;\,0\,)$.

L'abscisse x du point N est telle que : $f(x) = 0$

Soit $0{,}6\,x + 1{,}4 = 0$

Soit : $0{,}6\ x = -1{,}4$

Soit : $x = \frac{-1{,}4}{0{,}6} = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3} = \frac{-6}{3} - \frac{1}{3}$

Ce qui fait : $x \approx -2{,}33$

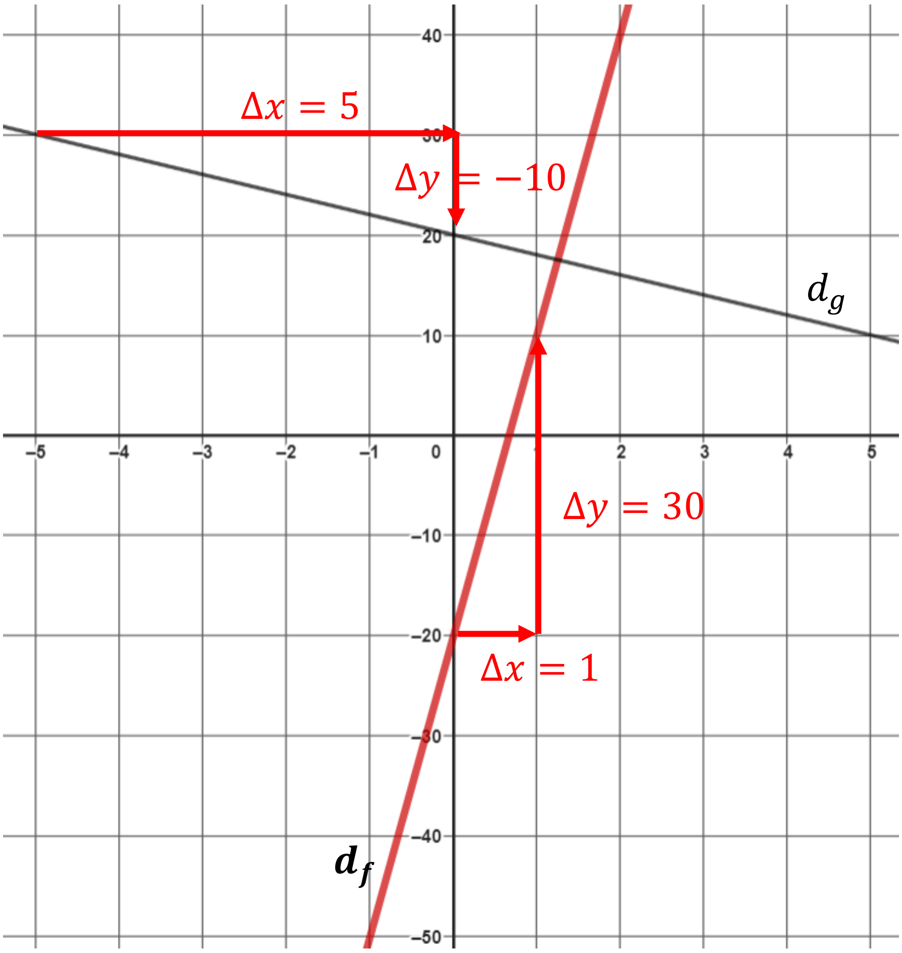
Les coordonnées de N sont donc : $N(\frac{-7}{3}\ ;\ 0\,)$

Exercice 2. :

On donne ci-contre les droites d_f et d_g qui sont les courbes représentatives des fonctions f et g .

Déterminer par lecture graphique, les expressions $f(x)$ et $g(x)$ de ces fonctions.

Pour justifier le calcul de m , tracer pour chaque droite, les flèches Δx et Δy en indiquant les valeurs à côté.
ATTENTION à l'échelle de l'axe des ordonnées : 1 carreau vaut 10.



Pour la fonction f : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{30}{1} = 30$ et $p = f(0) = -20$.

L'expression de f est donc : $f(x) = 30x - 20$

Pour la fonction g : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-10}{5} = -2$ et $p = f(0) = 20$.

L'expression de f est donc : $f(x) = -2x + 20$

Exercice 3. :

Un centre commercial cherche un slogan publicitaire mettant en avant le faible temps d'attente aux caisses. Une agence de communication propose deux slogans :

Slogan 1 : « Le temps d'attente est en moyenne inférieur à 5 mn »

Slogan 2 : « Dans plus de 50 % des cas, vous attendrez moins de 5 mn »

Pour choisir le slogan le plus proche de la réalité, le centre commercial a commandé une enquête sur les temps d'attente. Voici les résultats obtenus :

Temps d'attente en mn	[0 ; 2[	[2 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[
Milieu des intervalles en mn	1 mn	3,5 mn	7,5 mn	15 mn	25 mn
Effectifs	20	25	21	23	6
Effectifs cumulés	20	45	66	89	95

1- Quel indicateur proposez-vous de calculer pour vérifier que les slogans 1 et 2 sont corrects ?

Pour vérifier le slogan 1 on calcule bien sûr la moyenne. Pour le slogan 2, on calcule la médiane.

2- Compléter le tableau ci-dessus directement sur cette feuille d'énoncé.

3- Calculer la moyenne des temps d'attente et l'arrondir au dixième.

L'effectif total est $N = 95$

$$\bar{x} = \frac{20 \times 1 \ + \ 25 \times 3{,}5 \ + \ 21 \times 7{,}5 \ + \ 23 \times 15 \ + \ 6 \times 25}{95} = \frac{760}{95} = 8 \; mn$$

4- Calculer la variance. En déduire l'écart-type avec une précision au centième.

On prend comme moyenne $\bar{x} = 8$

$$V = \frac{20 \times (1-8)^2 \ + \ 25 \times (3{,}5-8)^2 \ + \ 21 \times (7{,}5-8)^2 \ + \ 23 \times (15-8)^2 \ + \ 6 \times (25-8)^2}{101}$$

$$V = \frac{20 \times (-7)^2 \ + \ 25 \times (-4{,}5)^2 \ + \ 21 \times (-0{,}5)^2 \ + \ 23 \times 7^2 \ + \ 6 \times 17^2}{95}$$

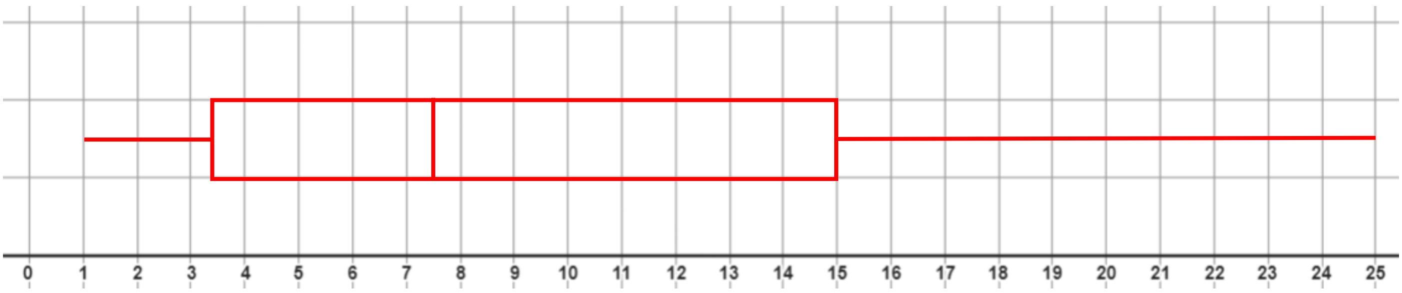
$$V = \frac{4352{,}5}{95} = 45{,}82$$

L'écart-type est ainsi : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{45{,}82} \approx 6{,}77 \; mn$

5- Déterminer la médiane et quartiles. Construire un diagramme moustache sur le quadrillage ci-dessous :

On a $N \ = \ 95$ valeurs. Ce nombre est impair.

- Médiane : $\frac{N}{2} = 47{,}5$ donc comme N est impair : $Me = 48^{ième} = 7{,}5 \; mn$
- 1er quartile : $\frac{N}{4} = \frac{95}{4} = 23{,}75$ donc : $Q_1 = 24^{ième}$ valeur et $Q_1 = 3{,}5 \; mn$
- 3ième quartile : : $\frac{3\,N}{4} = \frac{3 \times 95}{4} = 71{,}25$ donc : $Q_3 = 72^{ième}$ valeur et $Q_3 = 15 \; mn$



6- Quel slogan est le plus approprié ?

Le slogan 1 n'est pas vérifié car la moyenne est de 8 mn et est donc supérieure aux 5 mn annoncées. Le slogan 2 n'est aussi pas vérifié car la médiane étant égale à 7,5 mn, on a au-moins 50 % des temps d'attente qui sont inférieurs à 7,5 mn. Cette valeur est inférieure aux 5 mn annoncées.

7- La série précédente contient 95 temps d'attente. On ajoute à cette série un temps x exprimé en minutes. On constate que la moyenne de la série change et devient égale à 9 mn. Quelle est la valeur de ce temps ?

La moyenne calculée précédemment était :

$$\bar{x} = \frac{20 \times 1 \ + \ 25 \times 3{,}5 \ + \ 21 \times 7{,}5 \ + \ 23 \times 15 \ + \ 6 \times 25}{95} = \frac{760}{95} = 8\ mn$$

A présent, $\bar{x} = 9$. On a donc :

$$\frac{760 + x}{96} = 9$$

$$760 + x = 864$$

$$x = 104$$

Le temps recherché est donc de 104 mn .