

**Exercice 1.** : On donne les expressions  $A = 4x^2 - 49$  et  $B = 25x^2 + 40x + 16$ . Pour chacune d'elles :

- la factoriser ,
- en déduire les valeurs de  $x$  qui permettent de l'annuler
- vérifier qu'en remplaçant dans l'expression d'origine  $x$  par la ou les valeurs trouvées, cette expression s'annule bien (étapes du calcul à détailler).

| $A = 4x^2 - 49$                                                                                                                                                                                                      | $B = 25x^2 + 40x + 16$                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| On reconnaît une identité remarquable $a^2 - b^2$ :<br>$A = (2x)^2 - 7^2$<br>$A = (2x - 7)(2x + 7)$                                                                                                                  | On reconnaît une identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2$ :<br>$B = (5x)^2 + 40x + 4^2$<br>$B = (5x + 4)^2$                                                  |
| L'équation $(2x - 7)(2x + 7) = 0$ est une équation produit. Donc $A = 0$ seulement si<br>$2x - 7 = 0$ ou $2x + 7 = 0$<br>$2x = 7$ ou $2x = -7$<br>$x = \frac{7}{2}$ ou $x = -\frac{7}{2}$<br>$x = 3,5$ ou $x = -3,5$ | L'équation $(5x + 4)^2 = 0$ est une équation produit. Donc $B = 0$ seulement si<br>$5x + 4 = 0$<br>$5x = -4$<br>$x = -\frac{4}{5} = -0,8$                  |
| Donc $4x^2 - 49 = 0$ seulement si $x \in \{-3,5 ; 3,5\}$                                                                                                                                                             | Donc $25x^2 + 40x + 16 = 0$ seulement si $x = -0,8$                                                                                                        |
| On peut vérifier que ces 2 nombres sont solutions :<br><br>$(-3,5)$ est bien solution car<br>$4 \times (-3,5)^2 - 49 = 49 - 49 = 0$<br>$3,5$ est bien solution car<br>$4 \times 3,5^2 - 49 = 49 - 49 = 0$            | On peut vérifier que ce nombre est solution :<br>$25 \times (-0,8)^2 + 40 \times (-0,8) + 16$<br>$= 25 \times 0,64 - 32 + 16$<br>$= 16 - 32 + 16$<br>$= 0$ |

**Exercice 2.** :

- a) Tracer le tableau de variation de la fonction  $x \rightarrow x^2$  et celui de la fonction  $x \rightarrow \sqrt{x}$

| $x$                 | $-\infty$ $-1,9$ $-1,8$ $0$ | $+\infty$ |
|---------------------|-----------------------------|-----------|
| Variations de $x^2$ |                             |           |

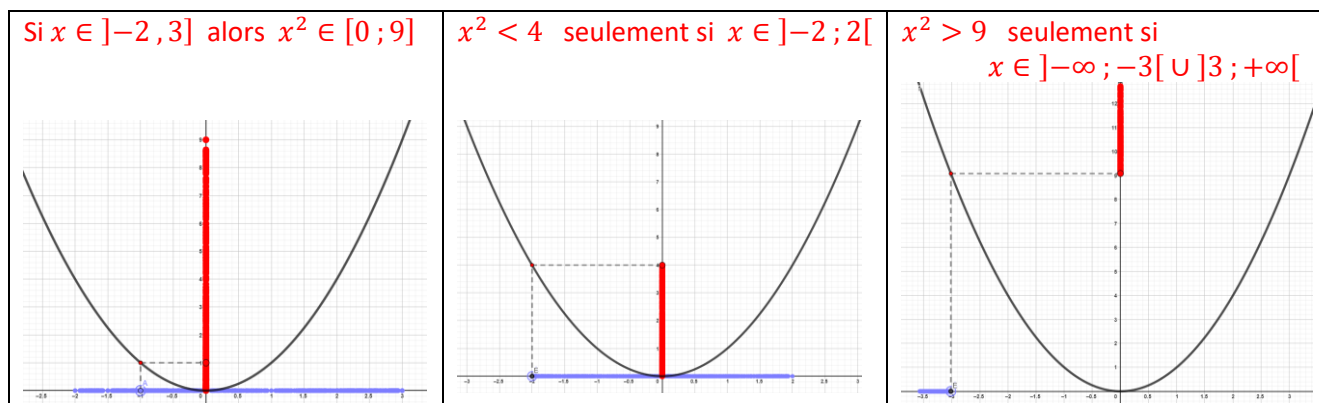
| $x$                      | $0$ $0,011$ $0,012$ | $+\infty$ |
|--------------------------|---------------------|-----------|
| Variations de $\sqrt{x}$ |                     |           |

- b) Comparer sans aucun calcul, en justifiant par rapport aux variations des fonctions précédentes,  $(-1,8)^2$  et  $(-1,90)^2$  puis  $\sqrt{0,012}$  et  $\sqrt{0,011}$

|                                                                                                                                     |                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $-1,8 > -1,9$<br>Comme la fonction carré est <b>décroissante sur</b> $]-\infty ; 0]$ , on peut dire que :<br>$(-1,8)^2 < (-1,90)^2$ | $0,012 > 0,011$<br>Comme la fonction racine carré est <b>croissante sur</b> $[0 ; +\infty[$ , on peut dire que :<br>$\sqrt{0,012} > \sqrt{0,011}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

- c) Continuer les phrases ci-dessous sur votre copie, en justifiant chacune d'elles par un coloriage des axes d'une courbe de la fonction carrée tracée à main levée :

- Si  $x \in ]-2, 3]$  alors  $x^2 \in \dots\dots\dots$
- $x^2 < 4$  seulement si  $x \in$
- $x^2 > 9$  seulement si  $x \in$



**Exercice 3 :** Les simplifications demandées dans cet exercice sont à détailler précisément de façon à pouvoir être faites sans calculatrice.

- a) Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers naturels les nombres  $\sqrt{32}$  ,  $\sqrt{50}$  et  $\sqrt{200}$

|                                                                                                               |                                                                                                               |                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{aligned}\sqrt{32} &= \sqrt{16 \times 2} \\ &= \sqrt{16} \times \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$ | $\begin{aligned}\sqrt{50} &= \sqrt{25 \times 2} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$ | $\begin{aligned}\sqrt{200} &= \sqrt{100 \times 2} \\ &= \sqrt{100} \times \sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2}\end{aligned}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

- b) En déduire une forme simplifiée du nombre  $\sqrt{32} - 5\sqrt{50} + 2\sqrt{200}$

On a donc :

$$\sqrt{32} - 5\sqrt{50} + 2\sqrt{200} = 4\sqrt{2} - 5 \times 5\sqrt{2} + 2 \times 10\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 25\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

- c) Simplifier le nombre le nombre  $\frac{\sqrt{700}}{\sqrt{7}}$  en écrivant le détail de la simplification (sans calculatrice).

$$\frac{\sqrt{700}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{700}{7}} = \sqrt{100} = 10$$

- d) Simplifier le nombre  $A = (3\sqrt{2} + 4)(3\sqrt{2} - 4)$  sans utiliser de calculatrice.

En utilisant l'identité remarquable  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ , on peut dire que :

$$(3\sqrt{2} + 4)(3\sqrt{2} - 4) = (3\sqrt{2})^2 - 4^2 = 9 \times 2 - 16 = 2$$

**Exercice 4 :** On donne les expressions

$C = (6x + 2)^2 - (1 + 4x)^2$  et  $D = (6 - 4x)(x + 3) - (6 - 4x)(2x - 10)$  . Pour chacune d'elles :

- la factoriser ,
- en déduire les valeurs de  $x$  qui permettent de l'annuler (**pas de vérification demandée**).

$$C = (6x + 2)^2 - (1 + 4x)^2$$

On reconnaît une identité remarquable  $a^2 - b^2$  :

$$C = ((6x + 2) - (1 + 4x)) ((6x + 2) + (1 + 4x))$$

$$C = (6x + 2 - 1 - 4x) (6x + 2 + 1 + 4x)$$

$$C = (2x + 1)(10x + 3)$$

L'équation  $(2x + 1)(10x + 3) = 0$  est une équation produit. Donc  $C = 0$  seulement si

$$2x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 10x + 3 = 0$$

$$2x = -1 \quad \text{ou} \quad 10x = -3$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{3}{10}$$

$$x = -0,5 \quad \text{ou} \quad x = -0,3$$

Donc  $(6x + 2)^2 - (1 + 4x)^2 = 0$  seulement si  
 $x \in \{-0,5; -0,3\}$

$$D = (6 - 4x)(x + 3) - (6 - 4x)(2x - 10)$$

On reconnaît  $(6 - 4x)$  comme facteur commun :

$$D = (6 - 4x) ((x + 3) - (2x - 10))$$

$$D = (6 - 4x) (x + 3 - 2x + 10)$$

$$D = (6 - 4x) (-x + 13)$$

L'équation  $(6 - 4x) (-x + 13) = 0$  est une équation produit. Donc  $D = 0$  seulement si

$$6 - 4x = 0 \quad \text{ou} \quad -x + 13 = 0$$

$$6 = 4x \quad \quad \quad x = 13$$

$$x = \frac{6}{4} = 1,5$$

Donc  $(6 - 4x)(x + 3) - (6 - 4x)(2x - 10) = 0$   
seulement si  $x \in \{1,5; 13\}$

### Exercice 5. :



#### Questions :

1- Si la réponse de l'élève avait été 10 000, quel aurait été le nombre  $x$  choisi au départ ?

Remarque : 10 000 est un carré parfait ...

2- Vérifie que le nombre trouvé est le bon.

1- Le calcul que l'élève doit faire est  $(x - 4)x + 4$ . Si ce calcul donne 10 000, on obtient l'équation :  
 $(x - 4)x + 4 = 10\,000$

Soit en développant :

$$x - 4x + 4 = 100^2$$

Soit

$$x^2 - 4x + 2^2 = 100^2$$

On reconnaît une identité remarquable  $(a - b)^2$  et l'équation devient :

$$(x - 2)^2 = 100^2$$

$$\text{Donc} \quad x - 2 = 100 \quad \text{ou} \quad x - 2 = -100$$

$$\text{Donc} \quad x = 102 \quad \text{ou} \quad x = -98$$

Comme  $x$  est un entier naturel, on retient  $x = 102$

2- On vérifie la validité de ce résultat :

$$(102 - 4) \times 102 + 4 = 98 \times 102 + 4 = 9\,996 + 4 = 10\,000$$

On retrouve bien la valeur de 10000. Le résultat est donc bien le bon.