Ds – Maths **LE SECOND DEGRE** - Version B

Exercice 1. : On donne les expressions $A = 16x^2 - 9$ et $B = 4x^2 + 24x + 36$. Pour chacune d'elles :

- la factoriser ,
- en déduire les valeurs de x qui permettent de l'annuler
- vérifier qu'en remplaçant dans l'expression d'origine x par la ou les valeurs trouvées, cette expression s'annule bien (étapes du calcul à détailler).

$$A = 16x^2 - 9$$

On reconnait une identité remarquable $a^2 - b^2$:

$A = (4x)^2 - 3^2$

$A = (4x-3)(4x+3)$

L'équation $(4x-3)(4x+3) = 0$ est une équation produit. Donc $A = 0$ seulement si

$4x - 3 = 0$ ou $4x + 3 = 0$

$4x = 3$ ou $4x = -3$

$x = \frac{3}{4}$ ou $x = -\frac{3}{4}$

$x = 0{,}75$ ou $x = -0{,}75$

Donc $16x^2 - 9 = 0$ seulement si $x \in \{-0{,}75\,;0{,}75\}$

On peut vérifier que ces 2 nombres sont solutions :

$(-0{,}75)$ est bien solution car

$16 \times (-0{,}75)^2 - 9 = 16 \times 0{,}5625 - 9 = 9 - 9 = 0$

$0{,}75$ est bien solution car

$16 \times 0{,}75^2 - 9 = 16 \times 0{,}5625 - 9 = 9 - 9 = 0$

$$B = 4x^2 + 24x + 36$$

On reconnait une identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2$:

$B = (2x)^2 + 24\,x + 6^2$

$B = (2x+6)^2$

L'équation $(2x+6)^2 = 0$ est une équation produit. Donc $B = 0$ seulement si

$2x + 6 = 0$

$2x = -6$

$x = -\frac{6}{2} = -3$

Donc $4x^2 + 24x + 36 = 0$ seulement si $x = -3$

On peut vérifier que ce nombre est solution :

$4 \times (-3)^2 + 24 \times (-3) + 36$

$= 4 \times 9 \quad - 72 \quad + 36$

$= \quad 36 \quad - 72 \quad + 36$

$= 0$

Exercice 2. :

a) Tracer le tableau de variation de la fonction $x \to x^2$ et celui de la fonction $x \to \sqrt{x}$

x	$-\infty$	$-1{,}8$	$-1{,}7$	0	$+\infty$
Variations de x^2	↘	$(-1{,}8)^2$	$(-1{,}7)^2$	0	↗

x	0	$0{,}012$	$0{,}013$	$+\infty$
Variations de $\sqrt{x}$	0	$\sqrt{0{,}012}$	$\sqrt{0{,}013}$	↗

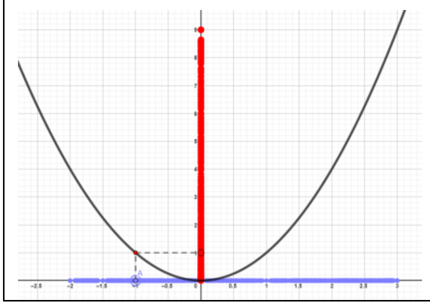
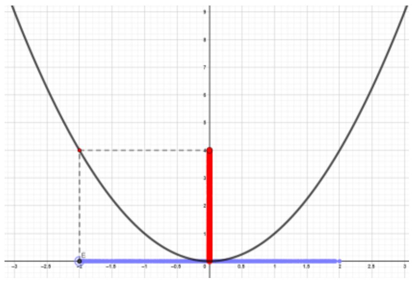
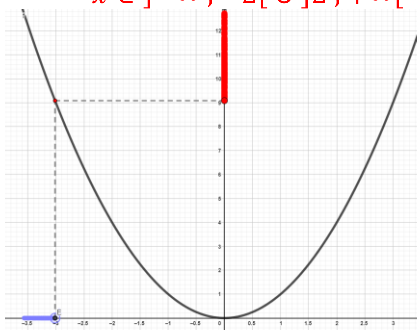
b) Comparer sans aucun calcul, en justifiant par rapport aux variations des fonctions précédentes,

$(-1{,}8)^2$ et $(-1{,}70)^2$ puis $\sqrt{0{,}012}$ et $\sqrt{0{,}013}$

$-1{,}8 < -1{,}7$ Comme la fonction carré est décroissante sur $]-\infty\,;\,0]$,on peut dire que : $(-1{,}8)^2 > (-1{,}70)^2$	$0{,}012 < 0{,}013$ Comme la fonction racine carré est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$, on peut dire que : $\sqrt{0{,}012} < \sqrt{0{,}013}$

c) Continuer les phrases ci-dessous sur votre copie, en justifiant chacune d'elles par un coloriage des axes d'une courbe de la fonction carrée tracée à main levée :

- Si $x \in]-3\,,4]$ alors $x^2 \in$ ....
- $x^2 < 9$ seulement si $x \in$
- $x^2 > 4$ seulement si $x \in$

Si $x \in]-3\,,4]$ alors $x^2 \in [0\,;16]$	$x^2 < 9$ seulement si $x \in]-3\,;3[$	$x^2 > 4$ seulement si $x \in]-\infty\,;-2[\,\cup\,]2\,;+\infty[$
		

Exercice 3. : Les simplifications demandées dans cet exercice sont à détailler précisément de façon à pouvoir être faites sans calculatrice.

a) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels les nombres $\sqrt{27}$, $\sqrt{75}$ et $\sqrt{300}$

$\sqrt{27} = \sqrt{9\times 3} = \sqrt{9}\times\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$	$\sqrt{75} = \sqrt{25\times 3} = \sqrt{25}\times\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$	$\sqrt{300} = \sqrt{100\times 3} = \sqrt{100}\times\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

b) En déduire une forme simplifiée du nombre $\sqrt{27} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{300}$

On a donc :

$$\sqrt{27} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{300} = 3\sqrt{3} - 5\times 5\sqrt{3} + 2\times 10\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 25\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

c) Simplifier le nombre le nombre $\frac{\sqrt{600}}{\sqrt{6}}$ en écrivant le détail de la simplification (sans calculatrice).

$$\frac{\sqrt{600}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{600}{6}} = \sqrt{100} = 10$$

d) Simplifier le nombre $A = \left(2\sqrt{3}+4\right)\left(2\sqrt{3}-4\right)$ sans utiliser de calculatrice.

En utilisant l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$, on peut dire que :

$$\left(2\sqrt{3}+4\right)\left(2\sqrt{3}-4\right) = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 4^2 = 4\times 3 - 16 = -4$$

Exercice 4. : On donne les expressions

$C = (6x+2)^2 - (1+4x)^2$ et $D = (6-4x)(x+3) - (6-4x)(2x-10)$. Pour chacune d'elles :

- la factoriser ,
- en déduire les valeurs de x qui permettent de l'annuler (**pas de vérification demandée**).

$$C = (6x+2)^2 - (1+4x)^2$$

On reconnait une identité remarquable $a^2 - b^2$:

$$C = \big((6x+2) - (1+4x)\big)\ \big((6x+2) + (1+4x)\big)$$

$$C = (6x+2-1-4x)\ (6x+2+1+4x)$$

$$C = (2x+1)(10x+3)$$

L'équation $(2x+1)(8x+3) = 0$ est une équation produit. Donc $C = 0$ seulement si

$$2x+1 = 0 \quad \text{ou} \quad 10x+3 = 0$$

$$2\,x = -1 \quad \text{ou} \quad 10x = -3$$

$$x = \frac{-1}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-3}{10}$$

$$x = -0{,}5 \qquad x = -0{,}3$$

Donc $(5x+2)^2 - (1+3x)^2 = 0$ seulement si $x \in \{-0{,}5\,;-0{,}3\}$

$$D = (6-4x)(x+3) - (6-4x)(2x-10)$$

On reconnait $(6-4x)$ comme facteur commun :

$$D = (6-4x)\ \big((x+3) - (2x-10)\big)$$

$$D = (6-4x)\ (x+3-2x+10)$$

$$D = (6-4x)\ (-x+13)$$

L'équation $(6-4x)\ (-x+13) = 0$ est une équation produit. Donc D= 0 seulement si

$$6-4x = 0 \quad \text{ou} \quad -x+13 = 0$$

$$6 = 4x \qquad x = 13$$

$$x = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

Donc $(6-4x)(x+3) - (6-4x)(2x-10) = 0$ seulement si $x \in \{1{,}5\,;13\}$

Exercice 5. :

Questions :

1- Si la réponse de l'élève avait été 2500, quel aurait été le nombre x choisi au départ ?

Remarque : 2500 est un carré parfait …

2- Vérifie que le nombre trouvé est le bon.

1- Le calcul que l'élève doit faire est $(x-4)\,x+4$. Si ce calcul donne 2500, on obtient l'équation :

$$(x-4)\,x+4 = 2500$$

Soit en développant :

$$x - 4x + 4 = 50^2$$

Soit $$x^2 - 4x + 2^2 = 50^2$$

On reconnait une identité remarquable $(a-b)^2$ et l'équation devient :

$$(x-2)^2 = 50^2$$

Donc $$x - 2 = 50 \quad \text{ou} \quad x - 2 = -50$$

Donc $$x = 52 \quad \text{ou} \quad x = -48$$

Comme x est un entier naturel, on retient $x = 52$

2- On vérifie la validité de ce résultat :

$$(52-4)\ \times 52\ +\ 4 = 48 \times 52 + 4 = 2496 + 4 = 2500$$

On retrouve bien la valeur de 2500. Le résultat est donc bien le bon.