

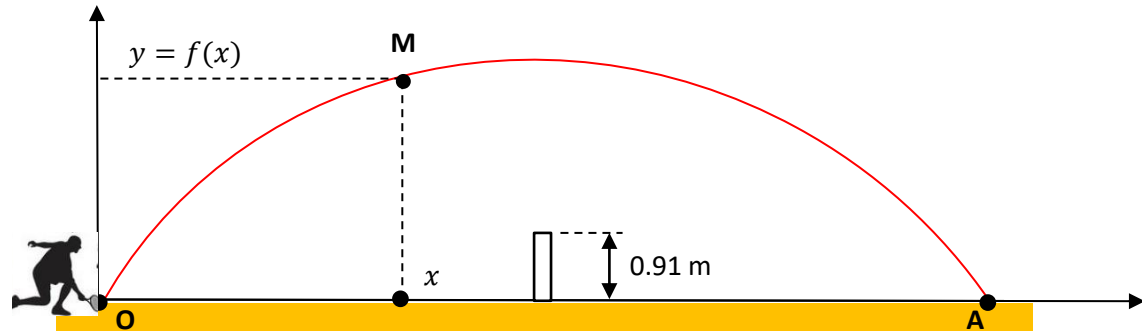
Exercice 1. : Pour chacune des expressions A, B, C qui suit les factoriser, en déduire la ou les valeurs de x qui permettent de les annuler, vérifier qu'en remplaçant x dans l'expression d'origine par les valeurs trouvées, celle-ci s'annule bien. Expressions à traiter :

$$A = x^2 - 64 \quad ; \quad B = 25x^2 - 10x + 1 \quad ; \quad C = (2x + 1)^2 - (1 - x)^2 \quad ; \quad D = (x - 3)^2 + (x - 3)(2x - 1)$$

$A = x^2 - 64$ On reconnaît une identité remarquable $a^2 - b^2$: $A = x^2 - 8^2$ $A = (x - 8)(x + 8)$ L'équation $(x - 8)(x + 8) = 0$ est une équation produit. Donc $A = 0$ seulement si $x - 8 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 8 = 0$ $x = 8 \quad \text{ou} \quad x = -8$ Donc $x^2 - 64 = 0$ seulement si $x \in \{-8; 8\}$ On peut vérifier que ces 2 nombres sont solutions : (-8) est bien solution car $(-8)^2 - 64 = 64 - 64 = 0$ 8 est bien solution car $8^2 - 64 = 64 - 64 = 0$	$B = 25x^2 - 10x + 1$ On reconnaît une identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2$: $B = (5x)^2 - 10x + 1^2$ $B = (5x - 1)^2$ L'équation $(5x - 1)^2 = 0$ est une équation produit. Donc $B = 0$ seulement si $5x - 1 = 0$ $5x = 1$ $x = \frac{1}{5} = 0,2$ Donc $25x^2 - 10x + 1 = 0$ seulement si $x = 0,2$ On peut vérifier que ce nombre est solution : $\begin{aligned} & 25 \times 0,2^2 - 10 \times 0,2 + 1 \\ &= 25 \times 0,04 - 2 + 1 \\ &= 25 \times \frac{4}{100} - 2 + 1 \\ &= \frac{25 \times 4}{100} - 2 + 1 \\ &= \frac{100}{100} - 2 + 1 \\ &= 1 - 2 + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$
$C = (2x + 1)^2 - (1 - x)^2$ On reconnaît une identité remarquable $a^2 - b^2$: $C = ((2x + 1) - (1 - x)) ((2x + 1) + (1 - x))$ $C = (2x + 1 - 1 + x) (2x + 1 + 1 - x)$ $C = 3x(x + 2)$ L'équation $3x(x + 2) = 0$ est une équation produit. Donc $C = 0$ seulement si $3x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$ $x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -2$ Donc $(2x + 1)^2 - (1 - x)^2 = 0$ seulement si $x \in \{-2; 0\}$ On peut vérifier que ces 2 nombres sont solutions : (-2) est bien solution car $\begin{aligned} & (2 \times (-2) + 1)^2 - (1 - (-2))^2 \\ &= (-4 + 1)^2 - (1 + 2)^2 \\ &= (-3)^2 - (3)^2 \\ &= 9 - 9 \\ &= 0 \end{aligned}$ 0 est bien solution car $\begin{aligned} & (2 \times 0 + 1)^2 - (1 - 0)^2 \\ &= (1)^2 - (1)^2 \\ &= 0 \end{aligned}$	$D = (x - 3)^2 + (x - 3)(2x - 1)$ On reconnaît $(x - 3)$ comme facteur commun : $D = (x - 3) ((x - 3) + (2x - 1))$ $D = (x - 3) (x - 3 + 2x - 1)$ $D = (x - 3) (3x - 4)$ L'équation $(x - 3) (3x - 4) = 0$ est une équation produit. Donc $D = 0$ seulement si $x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 4 = 0$ $x = 3 \quad \text{ou} \quad 3x = 4$ $x = \frac{4}{3}$ Donc $(x - 3)^2 + (x - 3)(2x - 1) = 0$ seulement si $x \in \left\{3; \frac{4}{3}\right\}$ On peut vérifier que ces 2 nombres sont solutions : 3 est bien solution car $\begin{aligned} & (3 - 3)^2 + (3 - 3)(2 \times 3 - 1) \\ &= 0^2 + 0 \times 5 = 0 \end{aligned}$ $\frac{4}{3}$ est bien solution car $\begin{aligned} & \left(\frac{4}{3} - 3\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 3\right)\left(\frac{8}{3} - 1\right) \\ &= \left(\frac{4}{3} - \frac{9}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{9}{3}\right)\left(\frac{8}{3} - \frac{3}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \left(-\frac{5}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{5}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 0 \end{aligned}$

Exercice 2. : Un joueur de tennis frappe la balle au point O, raquette à ras du sol. La trajectoire de la balle se confond avec la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = -0,05 x^2 + x$ dans le repère ci-dessous. x est l'abscisse de la balle, en mètres. $f(x)$ est la hauteur de la balle en mètres.

⇒ Résoudre l'équation $f(x) = 0$. En déduire la distance OA et l'abscisse du point A



$$f(x) = 0$$

$$-0,05 x^2 + x = 0$$

$$x(-0,05 x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad -0,05 x + 1 = 0$$

$$-0,05 x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-0,05} = \frac{2}{0,10} = \frac{20}{1} = 20$$

Finalement $f(x) = 0$ seulement si $x \in \{0 ; 20\}$

Le point A est sur la courbe de cette fonction f et son ordonnée est 0. Comme $f(20) = 0$, le point A a donc nécessairement comme coordonnées $A(20 ; 0)$. On a donc $OA = 20$.

Exercice 3. :

- a) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels les nombres $\sqrt{12}$, $\sqrt{48}$

$$\begin{aligned} \sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{48} &= \sqrt{16 \times 3} \\ &= \sqrt{16} \times \sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

- b) En déduire une forme simplifiée du nombre $\sqrt{12} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$

On a donc :

$$\sqrt{12} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48} = 6\sqrt{12} - 3\sqrt{48} = 6 \times (2\sqrt{3}) - 3 \times (4\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 0$$

- c) Vérifier ce résultat avec votre calculatrice

$$\sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{12} - 3 \cdot \sqrt{48}$$

Exercice 4. : Soit le nombre $A = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

- a) Utiliser la calculatrice pour calculer la valeur de A

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$$

2

- b) « Une fraction conserve sa valeur si son numérateur et son dénominateur sont multipliés par un même nombre ». En utilisant ce principe on peut écrire A sous la forme :

$$A = \frac{1 \times (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} - \frac{1 \times (\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

Simplifier ce calcul afin de pouvoir retrouver sans calculatrice, le résultat de la 1^{ère} question.

$$A = \frac{1 \times (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} - \frac{1 \times (\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

En utilisant l'identité remarquable $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, on peut dire que :

$$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2}^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$$

On a donc :

$$A = \frac{1 \times (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} - \frac{1 \times (\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

$$A = \frac{(\sqrt{2} + 1)}{1} - \frac{(\sqrt{2} - 1)}{1}$$

$$A = (\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1)$$

$$A = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1$$

$$A = 1 + 1 = 2$$

On retrouve bien le résultat donné par la calculatrice.